

Maschinendynamik SS 08
 Prof. Dr. W. Kröber

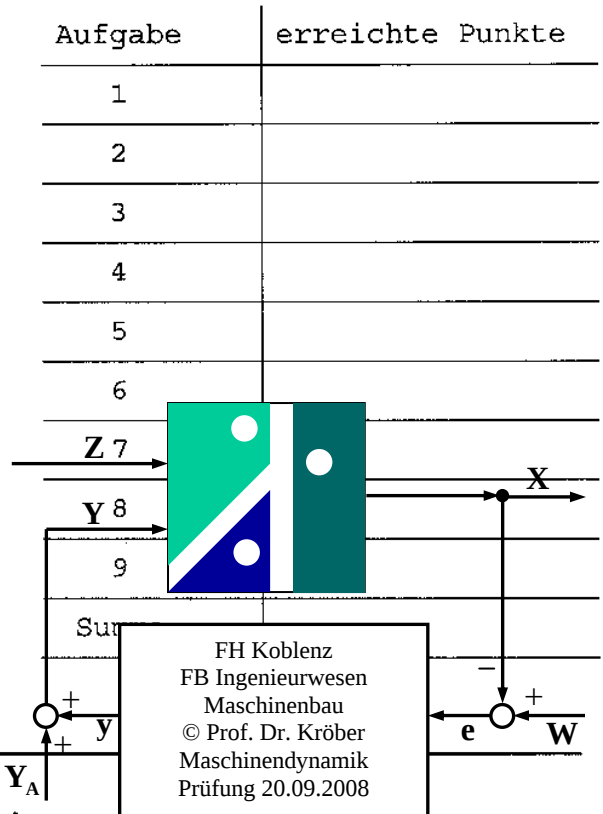
Zur Bewertung der Aufgaben muss der
 gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

- Bearbeitungszeit : 90 min

Diplomstudiengang: Aufgaben 1 bis 7

Bachelorstudiengänge: Aufgaben 3 bis 9

Note : _____



Erlaubte Hilfsmittel (Diplomstudiengang):

- Schreib- und Zeichengerät
- Taschenrechner
- Formelsammlung "Maschinendynamik" (11 Blätter)
- aus der Technischen Mechanik:
 - Flächen- und Widerstandsmomente für die Biegung
 - Durchbiegungen und Neigungswinkel
 - Massenträgheitsmomente homogener Körper

Erlaubte Hilfsmittel (Bachelorstudiengänge):

- Schreib- und Zeichengerät
- Taschenrechner
- Formelsammlung "Technische Mechanik III" (2 Blätter)
- Formelsammlungsblatt "Massenträgheitsmomente: ..." (1 Blatt)
- Formelsammlung "Maschinendynamik" (11 Blätter)
- Umdruck/Formelsammlung Maschinenakustik (9 Blätter)

Hilfestellung zu Aufgabe 8:

Tabellarische Darstellung der A-Bewertungskurve für einzelne Terzen:

f[Hz]	12,5	16	20	25	31,5	40	50	63	80	100	125	160
ΔL [dB]	-63,4	-56,7	-50,5	-44,7	-39,4	-34,6	-30,2	-26,2	-22,2	-19,1	-16,1	-13,4

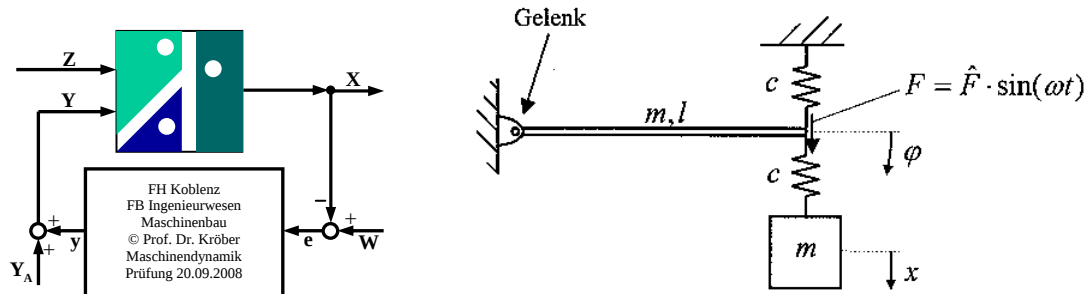
f[Hz]	200	250	315	400	500	630	800	1000	1250	1600	2000	2500
ΔL [dB]	-10,9	-8,6	-6,6	-4,8	-3,2	-1,9	-0,8	0	+0,6	+1,0	+1,2	+1,3

f[Hz]	3150	4000	5000	6300	8000	10000	12500	16000	20000
ΔL [dB]	+1,2	+1,0	+0,5	-0,1	-1,1	-2,5	-4,3	-6,6	-9,3

Aufgabe 1 (17P)

Das abgebildete System besteht aus einem starren Stab (Masse m , Länge l) und einer zusätzlichen Masse. An der Spitze des Stabes greift eine sinusförmige Kraft an. Das System besitzt zwei Freiheitsgrade.

Hinweis: kleine Auslenkungen



Die Differentialgleichung für die Drehschwingung ist bereits ermittelt:

$$\frac{1}{3} \cdot m \cdot l^2 \cdot \ddot{\varphi} = -2 \cdot c \cdot l^2 \cdot \varphi + c \cdot l \cdot x + \hat{F} \cdot l \cdot \sin(\omega t)$$

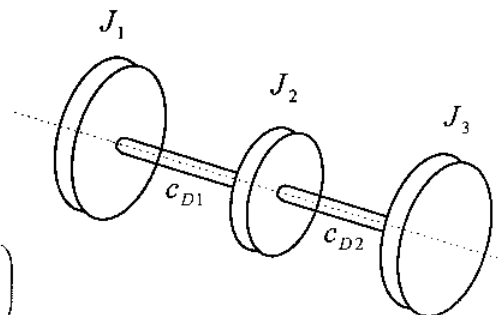
Die Differentialgleichung für die Masse soll ergänzt werden, also $m \cdot \ddot{x} = \dots = ?$

Zum Abschluss soll dann das Problem auf die folgende Form gebracht werden:

$$\begin{pmatrix} 1/3 \cdot m \cdot l^2 & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\varphi} \\ \ddot{x} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{F} \cdot l \cdot \sin(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2 (16P)

Ein Antriebsstrang mit Motor, Getriebe und Arbeitsmaschine kann durch das abgebildete System hinreichend genau beschrieben werden.



$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underline{\underline{M}}} \cdot \begin{pmatrix} \ddot{\varphi}_{rel1} \\ \ddot{\varphi}_{rel2} \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} c_{D1} \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right) & -\frac{c_{D2}}{J_2} \\ -\frac{c_{D1}}{J_2} & c_{D2} \left(\frac{1}{J_2} + \frac{1}{J_3} \right) \end{pmatrix}}_{\underline{\underline{C}}} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_{rel1} \\ \varphi_{rel2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

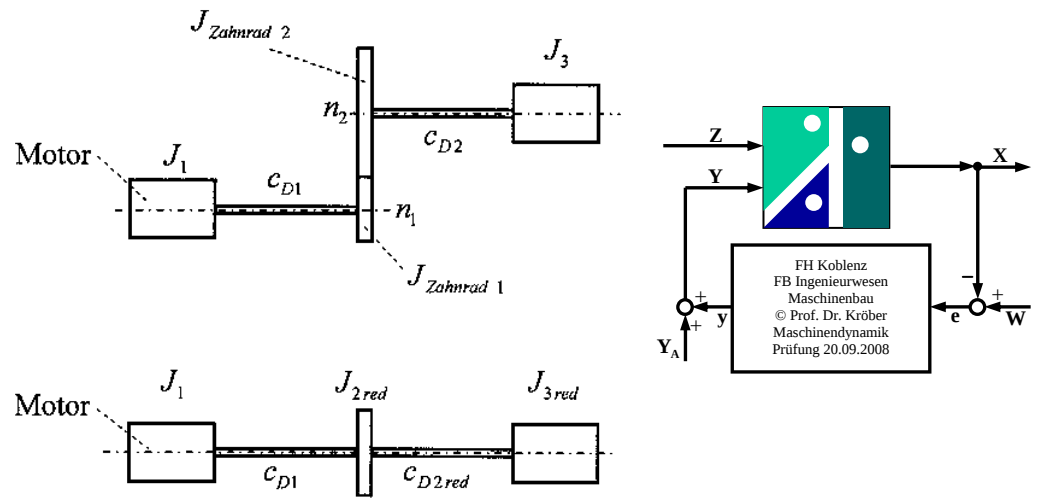
Bestimmen Sie die beiden Eigenkreisfrequenzen für den Fall $J_1 = J_3 = 4J$ und $J_2 = J$ sowie $c_{D1} = c_{D2} = c_D$!

Aufgabe 3 (12P)

Die Abbildung zeigt eine Getriebeeinheit mit einer Übersetzung ins Langsame. Für eine spätere Untersuchung soll dieses System in das untenstehende Ersatzsystem umgerechnet werden.

Geg.: $\frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{2}$; $c_{D2} = 8 \cdot 10^5 \text{ Nm/rad}$; $J_{\text{Zahnrad } 1} = 0,2 \text{ kgm}^2$; $J_{\text{Zahnrad } 2} = 3,2 \text{ kgm}^2$; $J_3 = 16 \text{ kgm}^2$

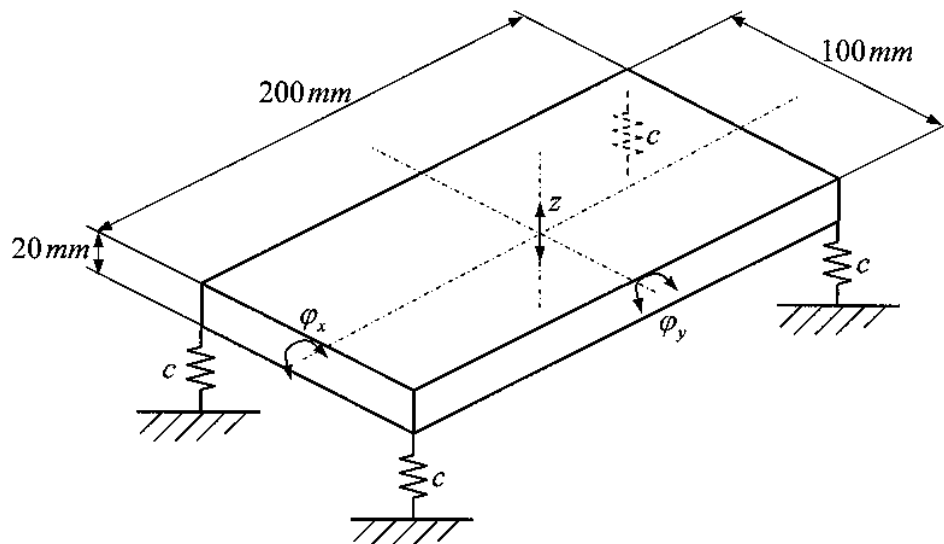
Bestimmen Sie die Werte für $J_{2 \text{ red}}$, $J_{3 \text{ red}}$ und $c_{D2 \text{ red}}$!



Aufgabe 4 (15P)

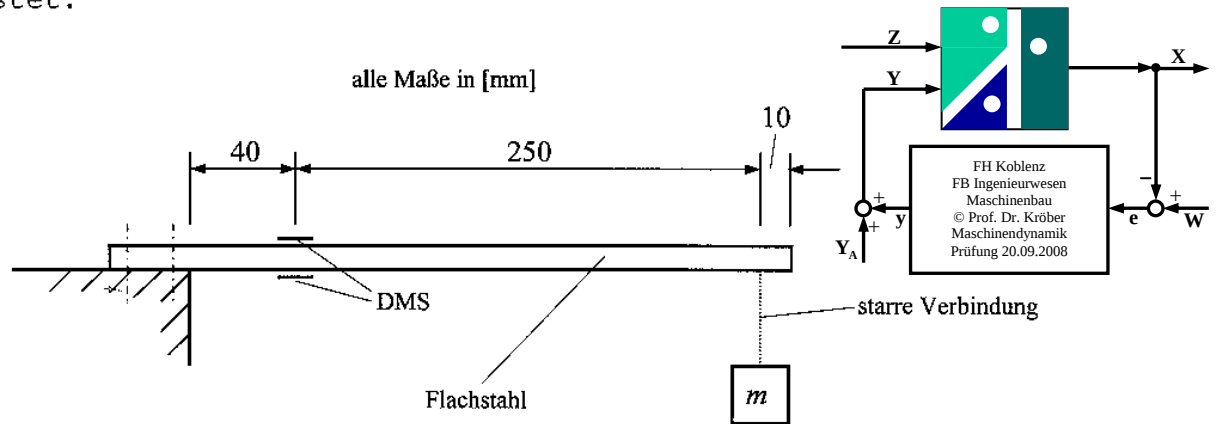
Die abgebildete Platte besteht aus Aluminium (Dichte 2700 kg/m^3) und ist auf 4 Federn gelagert (jede Feder $c = 17000 \text{ N/m}$). Bei der gegebenen Anordnung sind die drei zu untersuchenden Freiheitsgrade entkoppelt. Freiheitsgrade: Vertikalschwingung (z), Drehschwingung φ_x und Drehschwingung φ_y .

Bestimmen Sie die Eigenfrequenzen für diese drei Freiheitsgrade!



Aufgabe 5 (16P)

In einem Labor an der Fachhochschule werden DMS-Applikationen an einem Biegestab durchgeführt. Der Biegestab ist mit 2 Schrauben an einem dicken Metallblock befestigt. Diese Verbindung kann als starr angesehen werden. Der Biegebalken (Flachstahl) hat eine Breite von $b = 20 \text{ mm}$ und eine Höhe von $h = 5 \text{ mm}$ und wird durch das Anhängen einer Masse m belastet.



- Wie groß muss die Masse m sein, wenn das gemessene Biegemoment an der DMS-Messstelle $M_b = 2,4525 \text{ Nm}$ beträgt (nur infolge Masse m)?
Geg.: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$
- Wie groß ist die Eigenfrequenz des Systems, wenn die Masse des Biegebalkens vernachlässigt wird?
Geg.: $E = 202000 \text{ N/mm}^2$
- Wie groß ist die Eigenfrequenz des Systems, wenn die Masse des Biegebalkens näherungsweise mit berücksichtigt wird?
Geg.: $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$
Zusatzfrage: Hierbei ist eine bestimmte Vernachlässigung erlaubt. Welche?

Hilfestellung:
$$I = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

Aufgabe 6 (10P)

Zur Schwingungsisolierung wird eine Maschine durch Federelemente von möglichen Schwingungen des Fundamentes abgekoppelt. Treten jedoch Schwingungen im Frequenzbereich der Eigenfrequenz auf, kann sogar das Gegenteil eintreten, d.h. die Schwingamplituden der Maschine werden größer als die Schwingamplituden des Fundamentes.

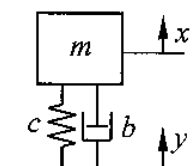
Gegebene Daten:

Eigenfrequenz $f_0 = 0,5 \text{ Hz}$

Schwingamplitude Fundament $\hat{y} = 0,2 \text{ mm}$

Dämpfung: wird vernachlässigt

In welchem Frequenzbereich sind die Schwingamplituden der Maschine $\hat{x}$ größer als $0,4 \text{ mm}$?



Aufgabe 7 (14P)

Eine Anlage mit Unwuchterregung wird unterkritisch betrieben. Die Dämpfung kann vernachlässigt werden. Zur messtechnischen Bestimmung der Maschinenparameter werden zwei Betriebspunkte gemessen:

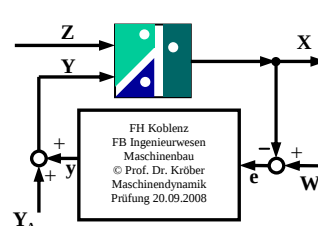
Frequenz $f_1 = 5 \text{ Hz} \rightarrow$ Schwingamplitude $\hat{x}_1 = 0,2 \text{ mm}$

Frequenz $f_2 = 10 \text{ Hz} \rightarrow$ Schwingamplitude $\hat{x}_2 = 1,0 \text{ mm}$

Wie groß ist die Eigenfrequenz f_0 des Systems und wie groß ist die theoretische Amplitude $\hat{x}_\infty$ ($\hat{x}$ für $f \rightarrow \infty$)?

Hinweis (unterkritische Betrachtung):

Dies ist die sogenannte „theoretische Amplitude“. Es ist die Amplitude, die sich ergibt für $\omega \rightarrow \infty$ bzw. $f \rightarrow \infty$

$$\frac{\hat{x}}{\frac{\Delta m \cdot e}{m}} = \frac{\hat{x}}{\hat{x}_\infty} = \frac{\eta^2}{1 - \eta^2} = \frac{\left(\frac{f}{f_0}\right)^2}{1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2} = \frac{f^2}{f_0^2 - f^2}$$


FH Koblenz
FB Ingenieurwesen
Maschinenbau
© Prof. Dr. Kröber
Maschinendynamik
Prüfung 20.09.2008

Aufgabe 8 (17P)

Eine punktförmige Schallquelle sendet einen reinen Ton ($f = 400 \text{ Hz}$) aus. Im Abstand von 10m von der Schallquelle beträgt der Schalldruck $\hat{p} = 0,04 \text{ N/m}^2$. Dabei gilt: $p = \hat{p} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$.

- Wie groß ist p_{eff} ?
- Wie groß sind der unbewertete Schalldruckpegel L_p und der A-bewertete Schalldruckpegel?
- Wie könnten Sie das Ergebnis einordnen? Antwortbeispiele: Flüstern, Wohngeräusch, Bürogeräusch, Auto, Presslufthammer, Düsenflugzeug.
- Wie groß ist der A-bewertete Schallleistungspegel L_w ?
Annahme: Freifeldbedingungen auf schallharter Unterlage.

Aufgabe 9 (16P)

An einem Arbeitsplatz liegen folgende energieäquivalente Pegel vor:

78 dB(A): für eine Zeitdauer von zwei Stunden

86 dB(A): für eine Zeitdauer von einer Stunde

- Wie groß wäre der Mittelungspegel (gemittelt über 8 Stunden), wenn in den verbleibenden 5 Stunden kein zusätzlicher Energieeintrag erfolgen würde? Bem.: gesamter Arbeitstag = 8 Stunden
- Wie groß darf der Mittelungspegel in den verbleibenden fünf Stunden sein, damit der energieäquivalente Mittelungspegel über den ganzen Arbeitstag von 8 Stunden gerade 80 dB(A) beträgt?

Lösungen Prüfung Maschinendynamik 20.09.08 Blatt 1

m1) $J_0 \ddot{\varphi} = F \cdot l - c \cdot x_a \cdot l - c(x_a - x) \cdot l$; $x_a = \varphi \cdot l$

$J_0 \ddot{\varphi} = F \cdot l - 2cl^2 \varphi + clx$

$m \ddot{x} = -c(x - \underbrace{\varphi \cdot l}_{x_a}) \Rightarrow \underline{m \ddot{x} = -cx + cl\varphi}$

b) $J_0 \ddot{\varphi} + 2cl^2 \varphi - clx = \hat{F} l \sin \omega t$; $J_0 = \frac{1}{3} ml^2$

$m \ddot{x} + cx - cl\varphi = 0$

$\begin{pmatrix} \frac{1}{3} ml^2 & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\varphi} \\ \ddot{x} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2cl^2 & -cl \\ -cl & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{F} l \sin \omega t \\ 0 \end{pmatrix}$

m2) $C = \begin{pmatrix} c_0(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}) & -\frac{c_0}{2} \\ -\frac{c_0}{2} & c_0(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{4} \frac{c_0}{2} & -\frac{c_0}{2} \\ -\frac{c_0}{2} & \frac{5}{4} \frac{c_0}{2} \end{pmatrix}$

$\begin{vmatrix} \frac{5}{4} \frac{c_0}{2} - \omega^2 & -\frac{c_0}{2} \\ -\frac{c_0}{2} & \frac{5}{4} \frac{c_0}{2} - \omega^2 \end{vmatrix} = (\frac{5}{4} \frac{c_0}{2} - \omega^2)^2 - (\frac{c_0}{2})^2 = 0$

$0 = \frac{25}{16} (\frac{c_0}{2})^2 - \frac{10}{4} \frac{c_0}{2} \omega^2 + \omega^4 - (\frac{c_0}{2})^2$

$0 = \omega^4 - \frac{5}{2} \frac{c_0}{2} \omega^2 + \frac{9}{16} (\frac{c_0}{2})^2$

$\omega_{0,1,2}^2 = \frac{5}{4} \frac{c_0}{2} \pm \sqrt{(\frac{5}{4} \frac{c_0}{2})^2 - \frac{9}{16} (\frac{c_0}{2})^2} = \frac{5}{4} \frac{c_0}{2} \pm \frac{c_0}{2} \rightarrow \frac{9}{4}; \frac{1}{4}$

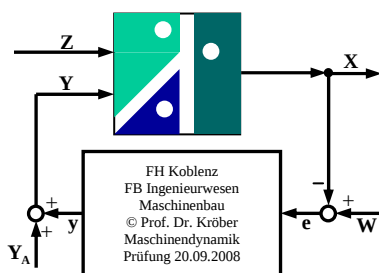
$\underline{\omega_{01} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{c_0}{2}}}$; $\underline{\omega_{02} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{c_0}{2}}}$

Bem.: Diese Gleichung kann man direkt nach ω^2 auflösen (alternativ)

$(\frac{5}{4} \frac{c_0}{2} - \omega^2)^2 = (\frac{c_0}{2})^2 \quad | \sqrt{}$

$\frac{5}{4} \frac{c_0}{2} - \omega^2 = \pm \frac{c_0}{2}$

u.s.w. Achtung!!!



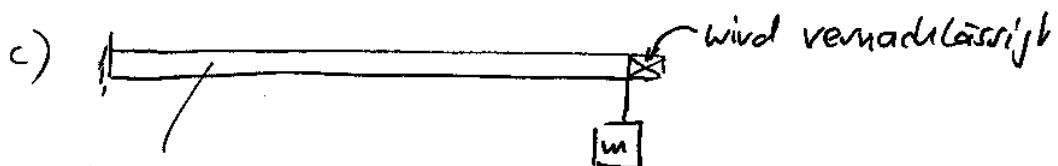
Lösungen Maschinendynamik 20.09.08 Blatt 3

zu 5, a) $M_B = m \cdot g \cdot l$

$$m = \frac{M_B}{g \cdot l} = \frac{2,4525}{9,81 \cdot 0,25} \text{ kg} = \underline{\underline{1 \text{ kg}}}$$

b) $c = \frac{3 E J}{l^3} = \frac{3 \cdot 2,02 \cdot 10^{11} \frac{1}{12} 0,02 \cdot 0,005^3}{0,29^3} \text{ N/m} = 5176,5 \text{ N/m}$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{5176,5}{1}} \text{ Hz} = \underline{\underline{11,45 \text{ Hz}}}$$



$$m_{\text{flab}} = 0,29 \cdot 0,02 \cdot 0,005 \cdot 7850 \text{ kg}$$

$$= 0,2277 \text{ kg}; \text{ Bem.: dafür gilt die } \frac{33}{140} \text{ - Formel''}$$

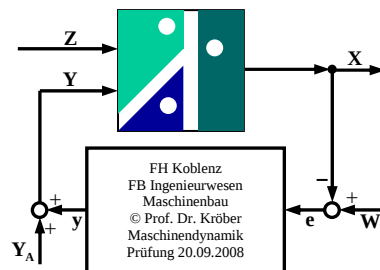
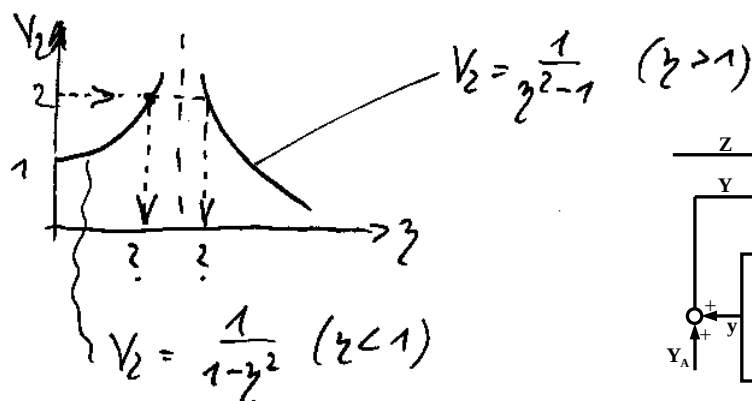
(siehe Herleitung)

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{m + \frac{33}{140} m_{\text{flab}}}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{5176,5}{1 + \frac{33}{140} \cdot 0,2277}} \text{ Hz} = \underline{\underline{11,16 \text{ Hz}}}$$

Bemerkung: Man könnte die Masse  = 7,85 g als Punktmasse der Masse m zumrechnen zuschlagen, dann:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{5176,5}{1,00785 + \frac{33}{140} \cdot 0,2277}} \text{ Hz} = 11,11 \text{ Hz}$$

zu 6) $V_2 = \frac{x}{y} = \frac{0,4 \text{ mm}}{0,2 \text{ mm}} = 2$



Lösungen Maschinendynamik 20.09.08 Blatt 4

auch zu 6)

$$\eta < 1: V_2 = \frac{1}{1-\eta^2} \Rightarrow 1-\eta^2 = \frac{1}{V_2} \Rightarrow \eta = \sqrt{1-\frac{1}{V_2}} = \sqrt{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{f}{f_0}$$

$$f = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot f_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 0,5 \text{ Hz} = 0,3536 \text{ Hz}$$

$$\eta > 1: V_2 = \frac{1}{\eta^2-1} \Rightarrow \eta^2-1 = \frac{1}{V_2} \Rightarrow \eta = \sqrt{1+\frac{1}{V_2}} = \sqrt{1+\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{f}{f_0}$$

$$f = \sqrt{\frac{3}{2}} f_0 = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot 0,5 \text{ Hz} = 0,6124 \text{ Hz}$$

also größer als 0,4 mm in $0,3536 \text{ Hz} < f < 0,6124 \text{ Hz}$

zu 7) $\hat{x} = \hat{x}_0 \frac{f^2}{f_0^2 - f^2}$

$$\hat{x}_1 = \hat{x}_0 \frac{f_1^2}{f_0^2 - f_1^2} ; \hat{x}_2 = \hat{x}_0 \frac{f_2^2}{f_0^2 - f_2^2}$$

gleichsetzen

$$\frac{\hat{x}_1 (f_0^2 - f_1^2)}{f_1^2} = \frac{\hat{x}_2 (f_0^2 - f_2^2)}{f_2^2} \quad | \cdot f_1^2 f_2^2$$

$$\hat{x}_1 f_2^2 (f_0^2 - f_1^2) = \hat{x}_2 f_1^2 (f_0^2 - f_2^2)$$

$$f_0^2 [\hat{x}_1 f_2^2 - \hat{x}_2 f_1^2] = \hat{x}_1 f_2^2 f_1^2 - \hat{x}_2 f_1^2 f_2^2 \Rightarrow f_0^2 = \frac{f_1^2 f_2^2 (\hat{x}_1 - \hat{x}_2)}{\hat{x}_1 f_2^2 - \hat{x}_2 f_1^2}$$

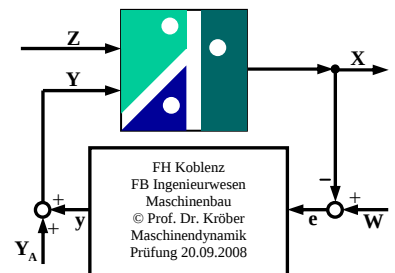
$$= \frac{5^2 \cdot 10^2 (92 - 1,0)}{0,2 \cdot 10^2 - 1,0 \cdot 5^2} \text{ Hz}^2$$

$$= 400 \text{ Hz}^2$$

$$\underline{f_0 = \sqrt{f_0^2} = 20 \text{ Hz}}$$

$$\underline{\hat{x}_0} = \frac{\hat{x}_1 (f_0^2 - f_1^2)}{f_1^2} = \frac{0,2 \text{ mm} (20^2 - 5^2)}{5^2} = \underline{3,0 \text{ mm}}$$

Grundidee: Aus zwei unterkritischen Messpunkten kann man f_0 „vorhersagen“.



Lösungen Maschinendynamik 20.09.08 Blatt 5

zu 8,a) $\underline{p_{eff}} = \frac{p}{\sqrt{2}} = \frac{0,0412}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{0,028284 \text{ Pa}}}$

b) $\underline{L_p} = 20 \cdot \lg \frac{p_{eff}}{p_0} = 20 \cdot \lg \frac{0,028284}{20 \cdot 10^{-6}} \text{ dB} = 63,0102 \text{ dB} \approx \underline{\underline{63,0 \text{ dB}}}$

A-Bewertung: $\underline{L_p} = (63,0 - 4,8) \text{ dB(A)} = \underline{\underline{58,2 \text{ dB(A)}}}$

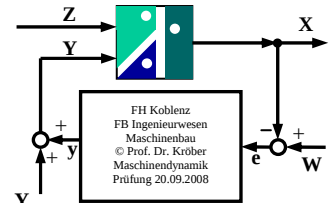
↑ aus Tabelle

c) Bürogeräusch

d) $L_p = L_w - 8 \text{ dB} - 20 \cdot \lg r$

$L_w = L_p + 8 \text{ dB} + 20 \cdot \lg r = (58,2 + 8 + 20 \cdot \lg 10) \text{ dB(A)}$

$\underline{\underline{= 86,2 \text{ dB(A)}}}$



zu 9,a) $L_m = 10 \cdot \lg \left[\frac{1}{8} (10^{7,8} \cdot 2 + 10^{8,6} \cdot 1) \right] \text{ dB(A)}$

$\underline{\underline{= 78,165 \text{ dB(A)}}} \approx \underline{\underline{78,2 \text{ dB(A)}}}$

b) $10^{9,1 L_m} \cdot T_m = \sum (10^{9,1 L_i} \cdot T_i)$

$10^8 \cdot 8 = 10^{7,8} \cdot 2 + 10^{8,6} \cdot 1 + 10^{9,1 L_x} \cdot 5$

$L_x = 10 \cdot \lg \left[(10^8 \cdot 8 - 10^{7,8} \cdot 2 - 10^{8,6} \cdot 1) \cdot \frac{1}{5} \right] \text{ dB(A)}$

$\underline{\underline{= 77,41 \text{ dB(A)}}} \approx \underline{\underline{77,4 \text{ dB(A)}}}$