

Technische Mechanik III  
 Prof. Dr. W. Kröber

Zur Bewertung der Aufgaben muss der  
 gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

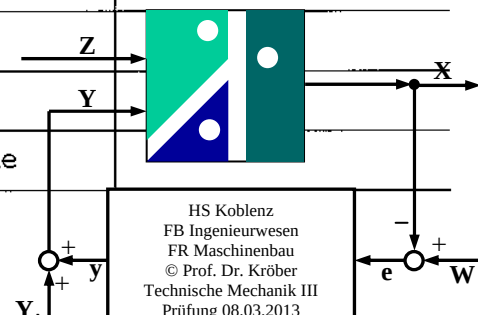
Bearbeitungszeit : 120 min

Note : \_\_\_\_\_

Erlaubte Hilfsmittel:

- Schreib- und Zeichengerät
- Taschenrechner
- Formelsammlung Technische Mechanik III ( 5 Blätter )
- Formelsammlungsblatt "Massenträgheitsmomente: ..."

| Aufgabe | erreichte Punkte |
|---------|------------------|
| 1       |                  |
| 2       |                  |
| 3       |                  |
| 4       |                  |
| 5       |                  |
| 6       |                  |
| 7       |                  |
| Summe   |                  |



HS Koblenz  
 FB Ingenieurwesen  
 FR Maschinenbau  
 © Prof. Dr. Kröber  
 Technische Mechanik III  
 Prüfung 08.03.2013

### Aufgabe 1 ( 16P )

Ein Fluggegenstand wird unter einem Winkel von 45 Grad zur Horizontalen abgeworfen. Bedingt durch den Winkel von 45 Grad sind die Anfangsgeschwindigkeiten  $v_{x0}$  in x-Richtung und  $v_{y0}$  in y-Richtung zunächst gleich groß. Zum Zeitpunkt  $t = t_1 = 2 \text{ s}$  befindet sich der Fluggegenstand an der Stelle  $x_1$  und  $y_1$ . Die momentanen Geschwindigkeitskomponenten an dieser Stelle seien  $v_{x1}$  bzw.  $v_{y1}$ . Der Luftwiderstand wird vernachlässigt.

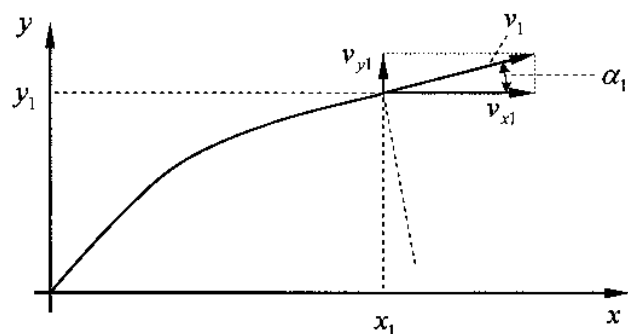
Bestimmen Sie in diesem Punkt die Größen  $x_1$ ,  $y_1$ ,  $v_{x1}$ ,  $v_{y1}$ ,  $v_1$ ,  $\alpha_1$ , die Normalbeschleunigung  $a_n$  sowie den Krümmungsradius an die Bahnkurve!

Geg.:

$$v_{x0} = v_{y0} = 30 \text{ m/s}; t_1 = 2 \text{ s};$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

Skizze als Hilfestellung:

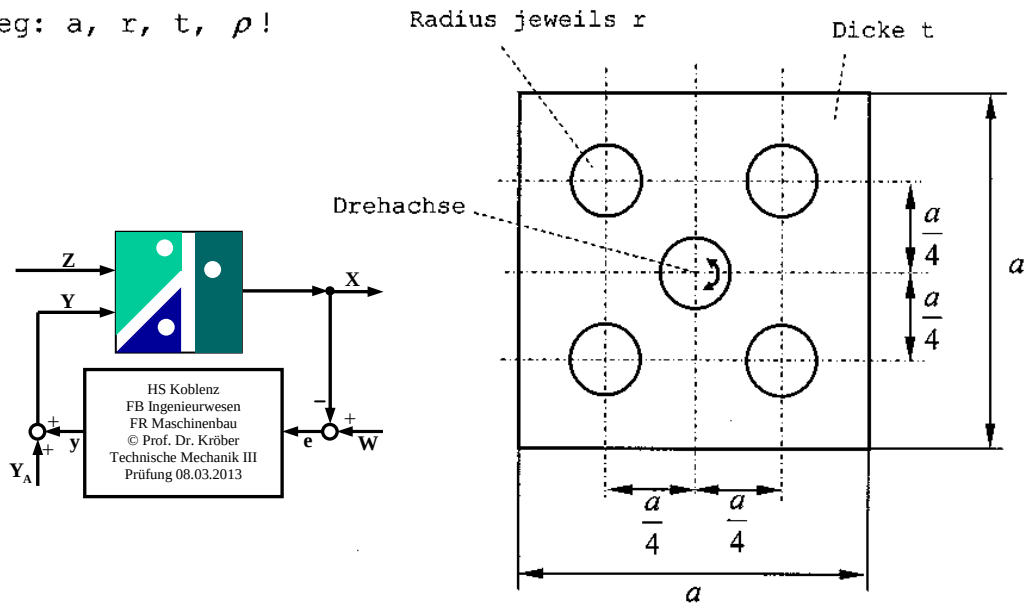


Aufgabe 2 ( 14P )

Das abgebildete Bauteil besteht aus einer quadratischen Grundplatte mit 5 gleichen Bohrungen. Die Dichte  $\rho$  des Bauteiles und die Dicke  $t$  sind konstant.

Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment für die angegebene Drehachse (Drehachse senkrecht zur Zeichenebene) in Abhängigkeit der gegebenen Größen!

Geg:  $a, r, t, \rho$ !



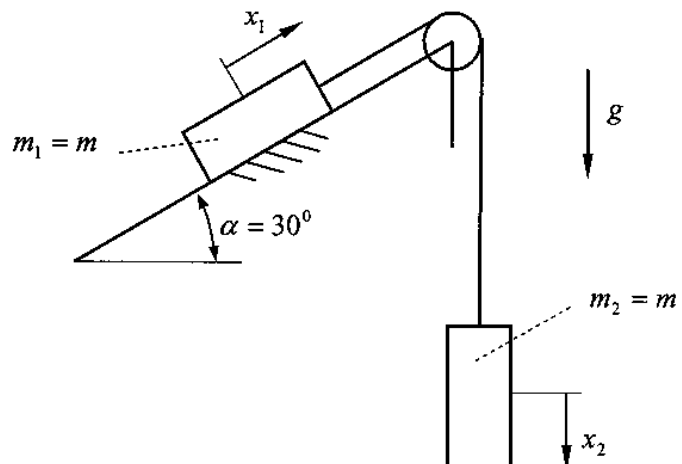
Aufgabe 3 ( 14P )

Auf einer schiefen Ebene befindet sich eine Masse  $m_1$ . Diese ist über ein Seil gekoppelt mit einer frei hängenden Masse  $m_2$ . Die beiden Massen können für die Berechnung als gleich angesehen werden.

Also:  $m_1 = m_2 = m$ . Der Neigungswinkel der schiefen Ebene sei 30 Grad. Reibungseinflüsse sowie die Massenwirkung der Umlenkrolle werden vernachlässigt.

Im Verlauf des Lösungsweges soll  $\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$  verwendet werden.

- Bestimmen Sie die (Abwärts-)Beschleunigung der frei hängenden Masse!
- Wie groß ist die sich einstellende Seilkraft?

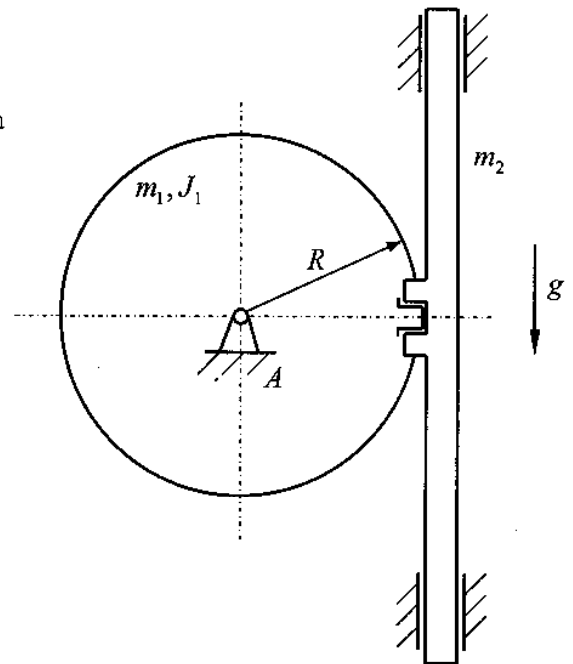
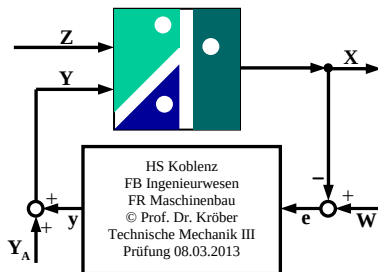


Aufgabe 4 ( 16P )

Die vertikal angeordnete Zahnstange und das Zahnrad sind mit einer Verzahnung gekoppelt. Durch die Gewichtskraft der Zahnstange wird das System eine beschleunigte Bewegung durchführen. Bei der dargestellten Verzahnung wird eine Rechteckverzahnung angenommen, d.h. die Kraft an der Verzahnung wirkt stets vertikal. Reibungseinflüsse bleiben generell unberücksichtigt.

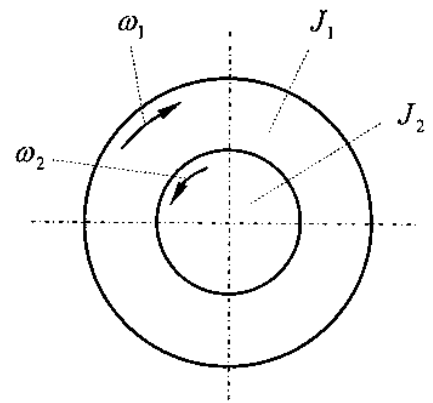
Geg.:  $g, J_1, m_1, m_2, R$

Bestimmen Sie die Beschleunigung der Zahnstange, die "Kraftwirkung zwischen Zahnstange und Zahnrad" sowie die Auflagerkraft im Lager A in Abhängigkeit der gegebenen Größen!



Aufgabe 5 ( 14P )

Zwei Drehteile haben zunächst eine unterschiedliche Drehzahl. Der Rotor 1 dreht "rechts rum" (800 1/min), der Rotor 2 dreht "links rum" (1600 1/min). Dann werden die beiden Drehteile zusammen gekuppelt und erreichen eine neue Drehzahl, bzw. eine neue Winkelgeschwindigkeit  $\omega_3$ .



Ferner sind gegeben:  $J_1 = 3 \text{ kgm}^2$ ;  $J_2 = 2 \text{ kgm}^2$

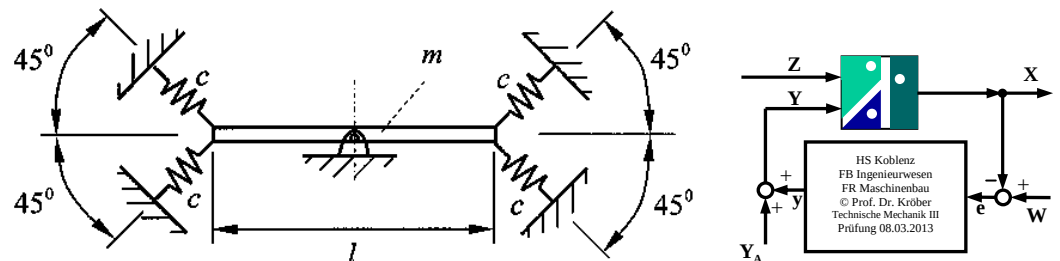
a. Bestimmen Sie diese "neue" Winkelgeschwindigkeit  $\omega_3$ !

*Hinweis: Gegebenenfalls das Ergebnis noch in Worten interpretieren.*

b. Wie groß ist der Energieverlust (bzw. geht über in Wärmeenergie) durch den Kupplungsvorgang?

Aufgabe 6 ( 12P )

Das abgebildete System besteht aus einem dünnen Stab, der durch vier Federn zentriert ist. Zu bestimmen ist die Eigenfrequenz  $f_0$  für kleine Drehauslenkungen in Abhängigkeit der in der Skizze angegebenen Größen.



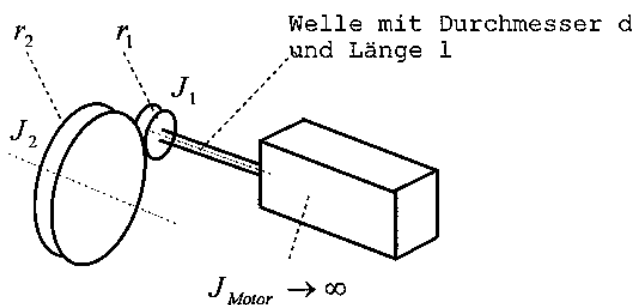
Aufgabe 7 ( 14P )

Das abgebildete Antriebssystem kann auf ein einfaches Ersatzsystem reduziert/umgerechnet werden. Hierbei soll das Massenträgheitsmoment des Motors sehr groß sein. Die Massenwirkung der Welle (Durchmesser d und Länge l, Schubmodul G) wird vernachlässigt. Die Zahnräder können jeweils als starre Körper angesehen werden. Das System besitzt eine torsionskritische Drehzahl.

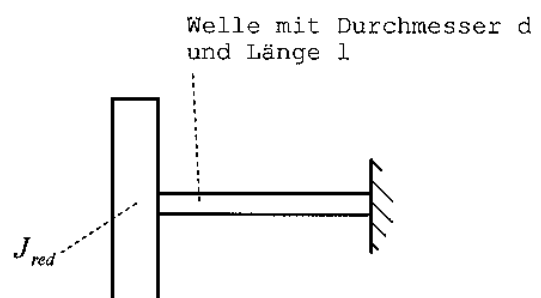
- Berechnen Sie zunächst die Größen  $J_{\text{red}}$  und  $c_{\text{Dreh}}$  in Abhängigkeit der gegebenen Größen!
- Wie groß ist die Eigenkreisfrequenz  $\omega_0$  in Abhängigkeit der gegebenen Größen!

Geg.:  $J_1, J_2, r_1, r_2, d, l, G$

Reales System:



Ersatzsystem:



Hilfestellungen:

$$\varphi = \frac{M \cdot l}{G \cdot I_p} \quad I_p = \frac{\pi}{32} \cdot d^4$$

# Lösungen Prüfung Technische Mechanik III 08.03.13

2m1)  $\underline{x_1} = v_{0x} \cdot t_1 = 30 \cdot 2 \text{ m} = \underline{60 \text{ m}}$

$\underline{y_1} = v_{0y} \cdot t_1 - \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 = (30 \cdot 2 - \frac{1}{2} 9,81 \cdot 2^2) \text{ m} = \underline{40,38 \text{ m}}$

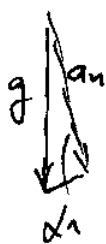
$\underline{v_{x1}} = v_{x0} = \underline{30 \text{ m/s}}$

$\underline{v_{y1}} = v_{0y} - g \cdot t_1 = (30 - 9,81 \cdot 2) \text{ m/s} = \underline{10,38 \text{ m/s}}$

$\underline{v_1} = \sqrt{v_{x1}^2 + v_{y1}^2} = \sqrt{30^2 + 10,38^2} \text{ m/s} = \underline{31,75 \text{ m/s}}$

$\tan \alpha_1 = \frac{v_{y1}}{v_{x1}} = \frac{10,38}{30} \Rightarrow \underline{\alpha_1 = 19,09^\circ}$

$\cos \alpha_1 = \frac{a_n}{g} \Rightarrow a_n = g \cdot \cos \alpha_1 = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos 19,09^\circ = 9,27 \text{ m/s}^2$



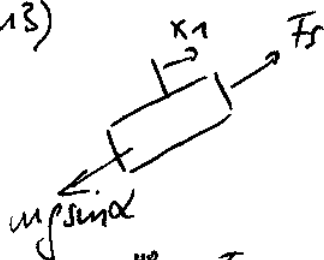
$\underline{a_n} = \frac{v^2}{s} \Rightarrow s = \frac{v^2}{a_n} = \frac{31,75^2}{9,27} \text{ m} = \underline{108,7 \text{ m}}$

2m2) 
$$J = \frac{1}{12} \underbrace{(a^2 \cdot t \cdot s)}_{m_D} (a^2 + a^2) - 5 \underbrace{(\pi r^2 t s)}_{m_o} \frac{r^2}{2} - 4 \underbrace{(\pi r^2 t s)}_{m_o} \left( \frac{a}{4} \sqrt{2} \right)^2$$
  

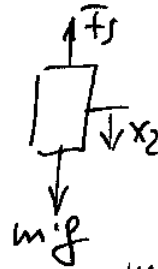
$$= \frac{1}{6} a^2 t s a^2 - \frac{5}{2} \pi t s r^4 - 4 \pi r^2 t s \frac{a^2}{8}$$
  

$$\underline{J = t \cdot s \left( \frac{a^4}{6} - \frac{5}{2} \pi r^4 - \frac{\pi}{2} a^2 r^2 \right)}$$

2m3)

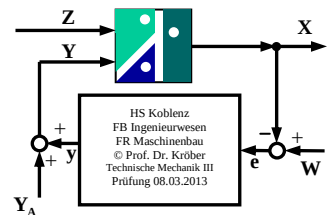


$m \ddot{x}_1 = F_s - m \cdot g \cdot \sin \alpha$



$m \ddot{x}_2 = m \cdot g - F_s \Rightarrow F_s = m \cdot g - m \ddot{x}_2$

$m \ddot{x}_1 = m \cdot g - m \ddot{x}_2 - m \cdot g \cdot \sin \alpha$



# Lösungen Prüfung Technische Mechanik III 08.03.13

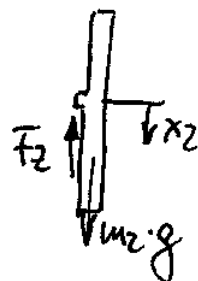
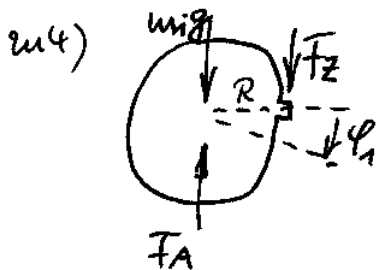
23) ferner:  $\ddot{x}_1 = \ddot{x}_2 = \ddot{x}$

$$m\ddot{x} = m \cdot g - m\ddot{x} - m \cdot g \frac{\sin \alpha}{1/2}$$

$$2m\ddot{x} = m \cdot g - \frac{1}{2}m \cdot g$$

$$2\ddot{x} = \frac{1}{2}g \Rightarrow \ddot{x} = \frac{1}{4}g$$

$$\underline{\underline{F_T = m \cdot g - m\ddot{x} = m \cdot g - m \cdot \frac{1}{4}g = \frac{3}{4}m \cdot g}}$$



$$\ddot{x}_2 = \ddot{\varphi}_1 \cdot R$$

$$F_A = m_1 \cdot g + F_T$$

$$J_1 \ddot{\varphi}_1 = F_T \cdot R$$

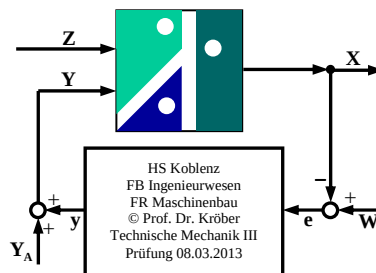
$$m_2 \ddot{x}_2 = m_2 \cdot g - F_T \Rightarrow F_T = m_2 \cdot g - m_2 \ddot{x}_2$$

$$J_1 \ddot{\varphi}_1 = (m_2 \cdot g - m_2 \ddot{x}_2) \cdot R$$

$$J_1 \frac{\ddot{x}_2}{R} = m_2 \cdot g \cdot R - m_2 \ddot{x}_2 \cdot R$$

$$\ddot{x}_2 \left( \frac{J_1}{R} + m_2 R \right) = m_2 \cdot g \cdot R \quad | \cdot R$$

$$\underline{\underline{\ddot{x}_2 = g \frac{m_2 \cdot R^2}{J_1 + m_2 R^2}}}$$



$$\underline{\underline{F_T = m_2 \cdot g - m_2 \cdot g \frac{m_2 R^2}{J_1 + m_2 R^2} = \frac{m_2 \cdot g \cdot J_1 + m_2 \cdot g \cdot m_2 R^2 - m_2 \cdot g \cdot m_2 R^2}{J_1 + m_2 R^2} = m_2 \cdot g \frac{J_1}{J_1 + m_2 R^2}}}$$

$$\underline{\underline{F_A = m_1 \cdot g + F_T = m_1 \cdot g + m_2 \cdot g \frac{J_1}{J_1 + m_2 R^2} = g \left( m_1 + m_2 \frac{J_1}{J_1 + m_2 R^2} \right)}}$$

# Lösungen Prüfung Technische Mechanik II 08.03.13

zu 5)  $L_{vorher} = L_{nachher}$

$$J_1 \omega_1 - J_2 \omega_2 = (J_1 + J_2) \omega_3$$

$$\omega_3 = \frac{J_1 \omega_1 - J_2 \omega_2}{J_1 + J_2} = \frac{3 \frac{\pi \cdot 800}{30} - 2 \frac{\pi \cdot 1600}{30}}{3 + 2} \text{ s}^{-1} = \underline{\underline{-16,76 \text{ s}^{-1}}}$$

Bem.: Minuszeichen  $\Rightarrow$  Links herum

$$\Delta E_{kin} = E_{kin \text{ vorher}} - E_{kin \text{ nachher}}$$

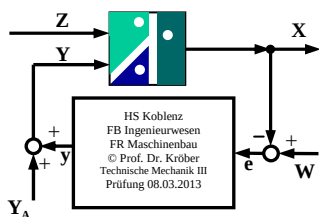
$$= \frac{1}{2} J_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2 - \frac{1}{2} (J_1 + J_2) \omega_3^2$$

$$= \frac{1}{2} \left[ 3 \left( \frac{\pi \cdot 800}{30} \right)^2 + 2 \left( \frac{\pi \cdot 1600}{30} \right)^2 - \frac{1}{2} (3 + 2) \cdot 16,76^2 \right] \text{ J} = \underline{\underline{37,899 \text{ kJ}}}$$

zu 6)  $\omega_0^2 = \frac{c_D}{J}$  ;  $\text{parallel } \rightarrow$  ;  $g = 4 \cdot c \left( \frac{l}{2\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{1}{2} c l^2$  ;  $J = \frac{1}{12} m l^2$

$$\underline{\underline{f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{J}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\frac{1}{2} c l^2}{\frac{1}{12} m l^2}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{6 \frac{c}{m}}}}$$

zu 7)  $\frac{1}{2} J_2 \omega_2^2 + \frac{1}{2} J_1 \omega_1^2 = \frac{1}{2} J_{red} \cdot \omega_1^2 \quad | \cdot \frac{1}{\omega_1^2}$



$$J_{red} = J_1 + J_2 \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2$$

$$v = \omega_2 \cdot r_2 = \omega_1 \cdot r_1$$

$$= J_1 + J_2 \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2}$$

$$\underline{\underline{G_{tork} = \frac{M}{\varphi} = \frac{G \cdot J_p}{l} = \frac{G \cdot \pi \cdot d^4}{32 \cdot l}}}$$

$$\underline{\underline{\omega_0 = \sqrt{\frac{G_{tork}}{J_{red}}} = \sqrt{\frac{G \cdot \pi \cdot d^4}{32 \cdot l \cdot (J_1 + J_2 \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2)}}}}$$