

Maschinendynamik WS 23/24
 Prof. Dr. W. Kröber

Zur Bewertung der Aufgaben muss der gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

- Bearbeitungszeit : 90 min
- Erlaubte Hilfsmittel :
 - selbstständige Lösung
 - keine weiteren Einschränkungen

Note : _____

Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
Summe	

Aufgabe 1 (15P)

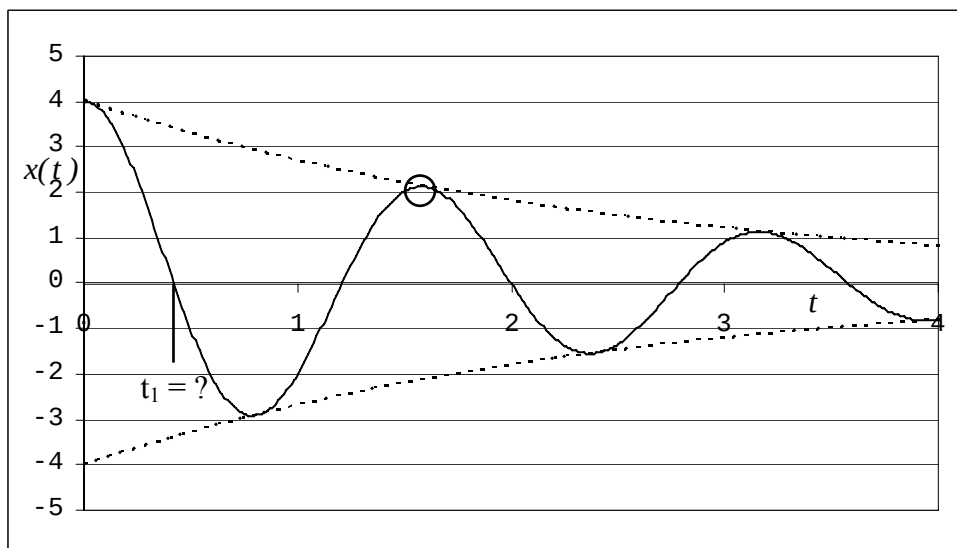
Die Abbildung zeigt eine abklingende Schwingung. Hier ist x über t aufgetragen. Die Anfangsgeschwindigkeit ist gleich Null. Die Anfangsauslenkung sei $x_0 = 4$ mm.

Ferner sei gegeben: $\delta = 0,4 \text{ s}^{-1}$; $\omega_0 = 4 \text{ s}^{-1}$

Hilfestellung: $x(t) = x_0 \cdot e^{-\delta t} \cdot \left[\frac{\delta}{\omega_d} \sin(\omega_d \cdot t) + \cos(\omega_d \cdot t) \right]$

zur Nullstellenbestimmung
 z.B. auf diese Form
 bringen:

$$\tan = \frac{\sin}{\cos}$$



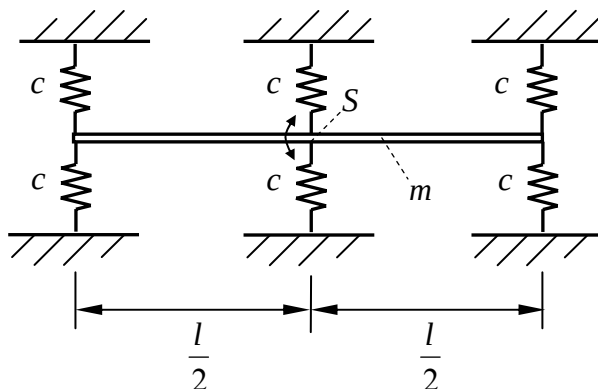
a. Bestimmen Sie rechnerisch die Zeit t_1 , bei der die Schwingung zum ersten Mal den Wert Null erreicht!

Hinweis: Je nach Quadrant kann es sein, dass t_1 zunächst negativ rauskommt. Dann muss z.B. $T_d/2$ addiert werden.

b. Wie groß ist die Auslenkung x , wenn die Zeit genau $t = T_d$ beträgt?

Aufgabe 2 (10P)

Der starre Stab mit der Masse m kann Vertikalschwingungen und Drehschwingungen um den Schwerpunkt ausführen.



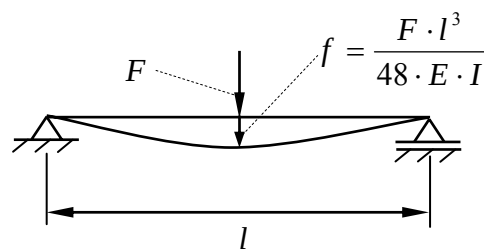
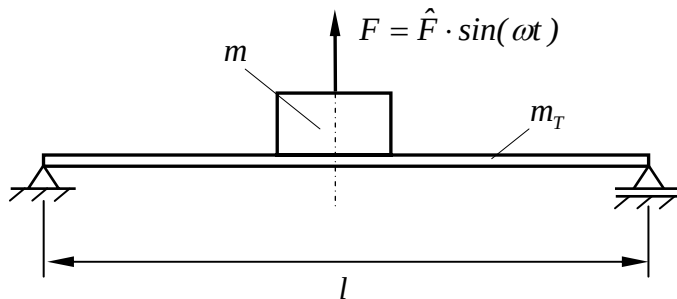
Hilfestellung:

$$J_S = \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2$$

Wie groß sind die Eigenkreisfrequenzen für den translatorischen und rotatorischen Fall (jeweils so weit wie möglich vereinfachen in Abhängigkeit der möglichen Größen m , l und c)!

Aufgabe 3 (14P)

An dem abgebildeten Biegebalken wirkt eine sinusförmige Kraft $F = \hat{F} \cdot \sin(\omega t)$. Der Biegebalken ist aus Stahl-Rechteckprofil (Höhe 10 mm, Breite 100 mm, Lagerabstand $l = 1500$ mm).



Hilfestellungen:

$$\omega_0^2 = \frac{c}{m + \underbrace{\frac{17}{35} m_T}_{\approx 0,486}}$$

$$I = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3$$

Weitere gegebene Daten:

$$m = 40 \text{ kg}; E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2; \rho = 7850 \text{ kg/m}^3; \omega = 20 \text{ 1/s}; \hat{F} = 6,6 \text{ N}$$

Bestimmen Sie die Amplitude $\hat{x}$, mit der sich die Masse m auf und ab bewegt!

Aufgabe 4 (12P)

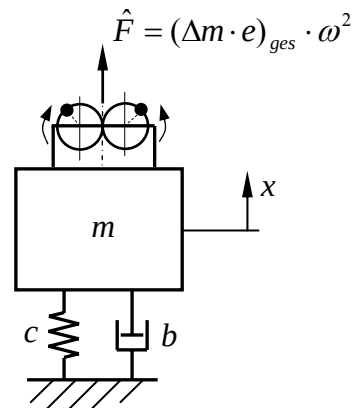
Auf dem abgebildeten Schwingungssystem ist ein Unwuchterreger montiert. Die Erdbeschleunigung wird nicht betrachtet.

Gegeben:

$$c = 80000 \text{ N/m}; m = 50 \text{ kg}; \vartheta = 0,2;$$

$$(\Delta m \cdot e)_{\text{ges}} = 0,1886 \text{ kg} \cdot \text{m}; \omega = 30 \text{ s}^{-1}$$

Bestimmen Sie die sich einstellende Amplitude $\hat{x}$ sowie die Phasenverschiebung φ !



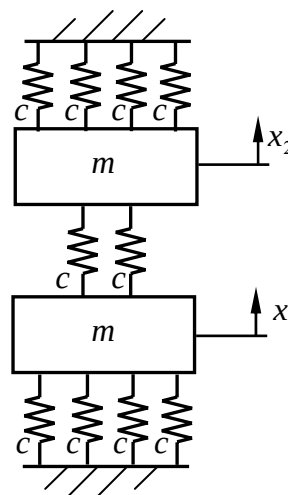
Aufgabe 5 (14P)

Für das abgebildete System lässt sich folgende Matrizengleichung angeben:

$$\begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \cdot c & -2 \cdot c \\ -2 \cdot c & 6 \cdot c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Nach einigen Rechenschritten führt der weitere Rechengang auf folgende Determinante, die zu Null gesetzt werden muss.

$$\begin{vmatrix} 6 \cdot c - m \cdot \omega^2 & -2 \cdot c \\ -2 \cdot c & 6 \cdot c - m \cdot \omega^2 \end{vmatrix} = 0$$



- a. Setzen Sie diese Determinante gleich Null und bestimmen Sie die beiden Lösungen (Eigenkreisfrequenzen)!

Ziel der Rechnung: $\omega_{01}^2 = \dots \cdot \frac{c}{m}$ $\omega_{02}^2 = \dots \cdot \frac{c}{m}$

- b. Können Sie eine Aussage machen (ohne mathematische Begründung) bezüglich der Schwingformen der beiden Eigenkreisfrequenzen?

Aufgabe 6 (6P)

In einem idealen Rohr (Querschnittsfläche $0,05 \text{ m}^2$) pflanzt sich eine Schallwelle von links nach rechts fort. Eine Frequenzanalyse hat ergeben, dass es sich um einen reinen Ton von 500 Hz handelt. Die gesamte durch das Rohr transferierte Schallleistung beträgt $5 \cdot 10^{-6} \text{ Watt}$.

Bestimmen Sie die Intensität in W/m^2 , den unbewerteten Schalldruckpegel und den A-bewerteten Schalldruckpegel!

Aufgabe 7 (6P)

An einem Messpunkt herrscht ein permanenter Störpegel/Umgebungspegel von 58 dB(A). Innerhalb einer Stunde kommen folgende Ereignisse noch hinzu:
 12 Vorbeifahrten PKW, je PKW $L_{eq} = 72$ dB(A), Messzeit 30 Sekunden
 4 Vorbeifahrten LKW, je LKW $L_{eq} = 78$ dB(A), Messzeit 40 Sekunden

Wie groß ist der energieäquivalente Dauerschallpegel in der Stunde?

Aufgabe 8 (9P)

Berechnen Sie die 9 in der Tabelle fehlenden Werte sowie den A-bewerteten Gesamtpegel!

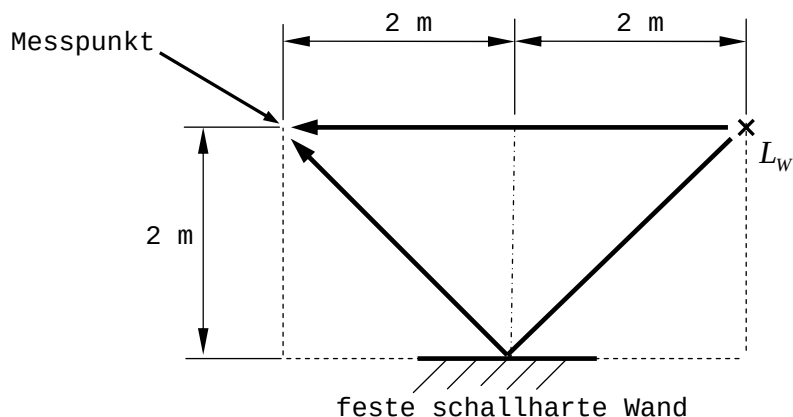
f [Hz]	p_{eff} [Pa]	I [W/m^2]	L [dB]	L [dB(A)]
500	0,02			
630		$2 \cdot 10^{-6}$		
800			66	

Aufgabe 9 (8P)

Auf einer Ebene befinden sich eine Schallquelle mit $L_w = 90$ dB. Der Schall gelangt auf direktem Weg zum Messpunkt und über den weiteren Weg per Reflexion über eine schallharte Wand.

Hinweis/Annahme:
 Es gelten die Freifeldbedingungen auf einer schallharten Unterlage.

- Wie groß ist der Pegel am Messpunkt aufgrund des direkten Weges?
- Wie groß ist der Pegel am Messpunkt aufgrund des längeren Weges über die reflektierende Wand?



- Wie groß ist der Summenpegel am Messpunkt?

Aufgabe 10 (6P)

In einem Raum mit einem Volumen von $306,75$ m³ ist eine Maschine mit einem Schallleistungspegel von 75 dB(A) aufgestellt. Der Schalldruckpegel im diffusen Schallfeld beträgt 61 dB(A).

- Wie groß ist die Absorptionsfläche?
- Wie groß ist die Nachhallzeit?

Prüfung Maschinendynamik 27.01.2024

$$m1) \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \sqrt{4^2 - 0,4^2} s^{-1} = 3,9799 s^{-1} = \frac{2\pi}{T_d}$$

$$T_d = \frac{2\pi}{3,9799} s = 1,57875$$

$$0 = \left[\frac{\delta}{\omega_d} \cdot \sin(\omega_d t) + \cos(\omega_d t) \right]$$

$$\frac{\sin(\omega_d t)}{\cos(\omega_d t)} = -\frac{\omega_d}{\delta} = \tan(\omega_d t); \varphi = \arctan\left(-\frac{3,9799}{0,4}\right) = -84,2608^\circ$$

$$\cdot \frac{\pi}{180^\circ} \Rightarrow \varphi = \hat{\varphi} = -84,2608^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = -1,47062 \text{ (rad)} = \omega_d t$$

$$t = \frac{-1,47062}{3,9799} s = -0,36955$$

$$t = t_1 = -0,36955 + \underbrace{\frac{1,57875}{2}}_{T_d/2} = 0,41985$$

$$b) x = 4 \text{ mm} \cdot e^{-0,4 \cdot 1,5787} \left[\underbrace{\frac{\delta}{\omega_d} \sin(3,9799 \cdot 1,5787)}_0 + 1 \cos(\underbrace{3,9799 \cdot 1,5787}_1) \right]$$

$$= 2,1272 \text{ mm}$$

$$m2) \text{ translatorisch } \omega_0^2 = \frac{c_{ges}}{m} = \frac{6c}{m} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{6 \frac{c}{m}}$$

$$\text{rotatorisch } \omega_0^2 = \frac{c_{ges}}{J_r} = \frac{4c \left(\frac{l}{2}\right)^2}{\frac{1}{12} m l^2} = 12 \frac{c}{m} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{12 \frac{c}{m}}$$

$$m3) C = \frac{F}{f} = \frac{48 \cdot E \cdot l}{l^3} = \frac{48 \cdot E \cdot \frac{1}{12} b h^3}{l^3} = \frac{48 \cdot 21 \cdot 10^{11} \frac{1}{6} \cdot 0,01 \cdot 0,01^3}{1,5^3} N/m$$

$$= 24888,8 \dots N/m$$

$$m_T = b \cdot h \cdot l \cdot \rho = 91 \cdot 0,01 \cdot 1,5 \cdot 7850 \text{ kg} = 11,775 \text{ kg}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{m + \frac{17}{35} m_T}} = \sqrt{\frac{24888,8 \dots}{40 + \frac{17}{35} \cdot 11,775}} s^{-1} = 23,321 s^{-1} \text{ (Bem.: } \omega < \omega_0 \text{)}$$

$$\hat{x} = \frac{F}{C} \cdot \frac{1}{1-\gamma^2} ; \gamma = f/f_0 = \omega/\omega_0$$

$$\hat{x} = \frac{6,6}{24888,8 \dots} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{20}{23,321}\right)^2} m = 1,0022 \text{ mm} \approx 1,00 \text{ mm}$$

Prüfung Maschinendynamik 27.01.2024

$$m4) \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{80000}{50}} s^{-1} = 40 s^{-1}; \eta = \frac{w}{\omega_0} = \frac{30}{40} = 0,75$$

$$\frac{1}{x} = \frac{(\Delta m \cdot e)_{ps}}{m} \cdot \frac{z^2}{\sqrt{(1-z^2)^2 + (2\eta z)^2}}$$

$$= \frac{0,1886}{50} \cdot \frac{0,75^2}{\sqrt{(1-0,75^2)^2 + (2 \cdot 0,2 \cdot 0,75)^2}} m = 3,9997 mm \approx \underline{\underline{4,00 mm}}$$

$$\tan \varphi = -\frac{2\eta z}{1-z^2} = -\frac{2 \cdot 0,2 \cdot 0,75}{1-0,75^2} \Rightarrow \varphi = \underline{\underline{-34,439^\circ}}$$

$$m5) (6c - m\omega^2)(6c - m\omega^2) - 4c^2 = 0$$

$$36c^2 - 12cm\omega^2 + m^2\omega^4 - 4c^2 = 0$$

$$m^2\omega^4 - 12cm\omega^2 + 32c^2 = 0 \quad | \cdot \frac{1}{m^2}$$

$$\omega^4 - 12\frac{c}{m}\omega^2 + 32\left(\frac{c}{m}\right)^2 = 0$$

$$\omega_{1/2}^2 = +6\frac{c}{m} \pm \sqrt{\left(6\frac{c}{m}\right)^2 - 32\left(\frac{c}{m}\right)^2} = 6\frac{c}{m} \pm 2\frac{c}{m}$$

$$\omega_{01}^2 = 8\frac{c}{m}$$

$$\omega_{02}^2 = 4\frac{c}{m}$$

b) Gegenphase

Gleichphase

$$m6) J = \frac{P}{s} = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{0,05} W/m^2 = 10^{-4} W/m^2$$

$$L_p = 10 \cdot \lg \frac{J}{J_0} = 10 \cdot \lg \frac{10^{-4}}{10^{-12}} dB = \underline{\underline{80 dB}}$$

$$L_{pA} = 80 dB - 3,2 dB = \underline{\underline{76,8 dB(A)}}$$

$$m7) L_{eq} = 10 \cdot \lg \left[\frac{1}{3600} (10^{58} \cdot 3600 + 10^{72} \cdot 30 \cdot 12 + 10^{78} \cdot 40 \cdot 4) \right] dB(A)$$

$$= 67,0071 dB(A) \approx \underline{\underline{67,0 dB(A)}}$$

Prüfung Maschinendynamik 27.01.2024

zu 8) 500 Hz: $L = 20 \cdot \lg \frac{0,02}{20 \cdot 10^{-6}} \text{ dB} = 60 \text{ dB}$ $L_A = (60 - 3,2) \text{ dB(A)} = 56,8 \text{ dB(A)}$

$$L_J = 10 \cdot \lg \frac{J}{J_0} \Rightarrow J = J_0 \cdot 10^{0,1 L_J} = 10^{-12} \cdot 10^{0,1 \cdot 60} \text{ W/m}^2 = 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

800 Hz: $L = 10 \cdot \lg \frac{2 \cdot 10^{-6}}{10^{-12}} \text{ dB} = 63,01 \text{ dB} \approx 63,0 \text{ dB}$

$$L_A = (63,01 - 1,9) \text{ dB(A)} = 61,11 \text{ dB(A)}$$

$$L = 20 \cdot \lg \frac{p_{eff}}{p_{0,eff}} \Rightarrow p_{eff} = p_{0,eff} \cdot 10^{L/20} = 20 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{63,01/20} \text{ Pa}$$

$$= 0,02828 \text{ Pa}$$

800 Hz: $J = 10^{-12} \cdot 10^{6,6} \text{ W/m}^2 = 3,981 \cdot 10^{-6} \text{ W/m}^2$

$$p_{eff} = 20 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{6,6/20} \text{ Pa} = 0,03991 \text{ Pa}$$

$$L_A = (66 - 0,8) \text{ dB(A)} = 65,2 \text{ dB(A)}$$

$$L_{ges} = 10 \cdot \lg (10^{5,68} + 10^{6,11} + 10^{6,52}) \text{ dB(A)} = 67,060 \text{ dB(A)} \approx 67,1 \text{ dB(A)}$$

$[Pa]$	W/m^2	dB	dB(A)
0,02	10^{-6}	60	56,8
0,02828	$2 \cdot 10^{-6}$	63,01	61,11
0,03991	$3,981 \cdot 10^{-6}$	66	65,2

Bem.: hier ist „eine Systematik“ erkennen kann

zu 9) a) $L = L_w - 8 \text{ dB} - 20 \cdot \lg r = (90 - 8 - 20 \cdot \lg 4) \text{ dB} = 69,959 \text{ dB}$ Bem. etwa 3 dB weniger

b) $L = [90 - 8 - 20 \cdot \lg (\sqrt{2} \cdot 4)] \text{ dB} = 66,949 \text{ dB}$

c) $L_{ges} = 10 \cdot \lg (10^{6,9959} + 10^{6,6949}) \text{ dB} = 71,720 \text{ dB} \approx 71,7 \text{ dB}$

zu 10) $L_p = L_w + 6 \text{ dB} - 10 \cdot \lg(A) \Rightarrow 10 \cdot \lg(A) = L_w + 6 \text{ dB} - L_p$

$$A = 10^{0,1(L_w + 6 \text{ dB} - L_p)} = 10^{0,1(75 + 6 - 61)} \text{ m}^2 = 100 \text{ m}^2$$

$$T = 0,163 \frac{V}{A} = 0,163 \frac{306,75}{100} \text{ s} = 0,55$$