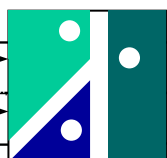


Zur Bewertung der Aufgaben muss der gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

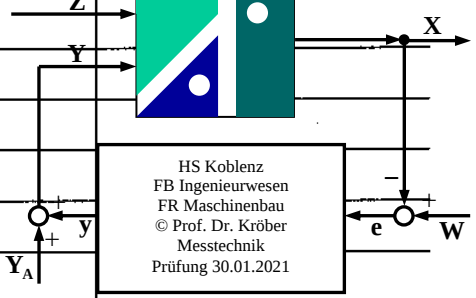
- Bearbeitungszeit : 90 min
- Erlaubte Hilfsmittel :
 - selbstständige Lösung
 - keine weiteren Einschränkungen

Note : _____

Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
Summe	



HS Koblenz
 FB Ingenieurwesen
 FR Maschinenbau
 © Prof. Dr. Kröber
 Messtechnik
 Prüfung 30.01.2021



Aufgabe 1 (10P)

In der angegebenen Potenzfunktion ist die Messgröße x fehlerbehaftet. Konkret sind folgende Werte möglich: $x = 2,5 \pm 0,05$.

$$y = a \cdot x^n$$

Ferner sind gegeben: $a = 2$; $n = 1,1$

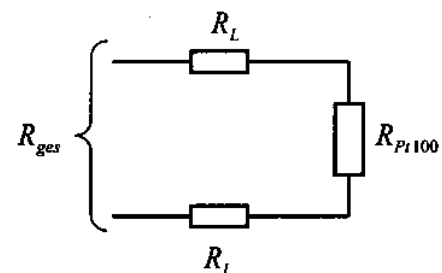
- a. Ermitteln Sie durch Einsetzen geeigneter Werte in die Formel $y = a \cdot x^n$ den kleinsten und größten Wert, den y annehmen kann!
- b. Verwenden Sie die Fehlerformel und berechnen Sie die Größe Δy !

Hilfestellungen: $\Delta y = \frac{\partial y}{\partial x} \cdot \Delta x$ $\frac{d}{dx}(x^n) = n \cdot x^{n-1}$

Aufgabe 2 (12P)

Ein Pt100 Temperatursensor wird mit der einfachen Zweileiterschaltung eingesetzt. Gemessen wird der Gesamtwiderstand, der die Zu- und Rückleitung (jeweils R_L) und den eigentlichen temperaturabhängigen

Widerstand R_{Pt100} beinhaltet. Bei der Temperaturmessung schwankt die Temperatur etwas und dadurch ergibt sich für R_{ges} ein maximaler und ein minimaler Wert. Bestimmen Sie durch lineare Interpolation aus der Tabelle die maximale und die minimale dazugehörige Temperatur! Rechnen Sie mit genügend Nachkommastellen!



Geg.: $R_{ges \min} = 183 \, \Omega$; $R_{ges \max} = 184,5 \, \Omega$; $R_L = 1 \, \Omega$

Zahlenwerte für Pt100:

0°C	100°C	200°C	300°C
100Ω	138,5Ω	175,84Ω	212,02Ω

Aufgabe 3 (10P)

Ein Temperatursensor hat die Form eines Zylinders. Die Wirkung der Anschlussdrähte kann vernachlässigt werden. Bestimmen Sie die Zeitkonstante T des Sensors für die beiden Fälle, dass

- die beiden Stirnflächen für den Wärmeübergang vernachlässigt werden,
- die gesamte Oberfläche mit einbezogen wird!

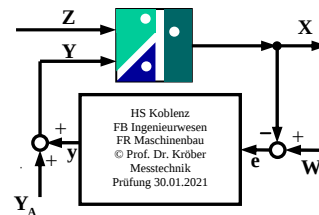
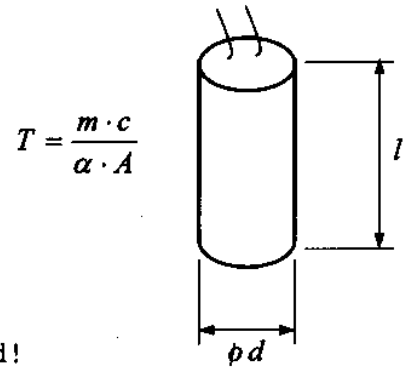
Kleine Formelsammlung:

Oberfläche Zylinder $A = d \cdot \pi \cdot l$

Volumen Zylinder $V = d^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot l$

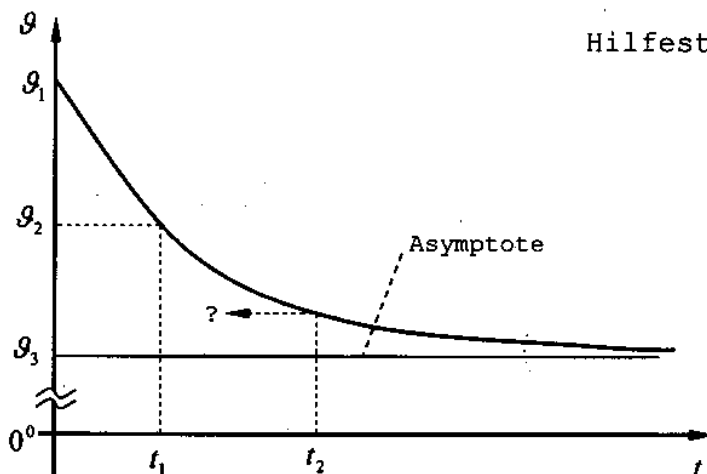
Weitere Daten:

Wärmeübergangszahl	10 W/(m ² ·K)
Dichte	8000 kg/m ³
spezifische Wärme	400 J/(kg·K)
Durchmesser Zylinder	0,5 mm
Länge Zylinder	12 mm



Aufgabe 4 (12P)

Der abgebildete Temperaturverlauf hat das Verhalten eines Systems 1. Ordnung. Zahlenmäßig gegeben sind die Temperaturen $\vartheta_1 = 70$ °C und $\vartheta_3 = 10$ °C. Die Temperatur ϑ_2 (dies ist die Temperatur zur Zeit $t_1 = 15$ s) ist das arithmetische Mittel von ϑ_1 und ϑ_3 . Wie groß ist die Temperatur zur Zeit $t_2 = 80$ Sekunden?



Hilfestellung:

$$\frac{\text{momentane Differenz}}{\text{Anfangsdifferenz}} = e^{-\frac{\text{Zeit}}{\text{Zeitkonstante}}}$$

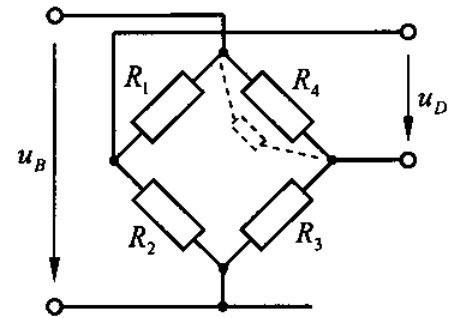
Aufgabe 5 (12P)

Bei der abgebildeten Messbrücke sind die Widerstände R_1 , R_2 und R_3 bekannt. Die Messbrücke wird mit 5 V gespeist.

Geg.: $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 60 \text{ k}\Omega$

a. Wie groß muss der Widerstand R_4 sein, damit die Diagonalspannung gleich Null wird?

b. Dem zuvor festgelegten Widerstand R_4 wird nun ein Widerstand von $250 \text{ k}\Omega$ parallel geschaltet (gestrichelt in Abbildung). Die groß ist dann die Diagonalspannung [in mV]?

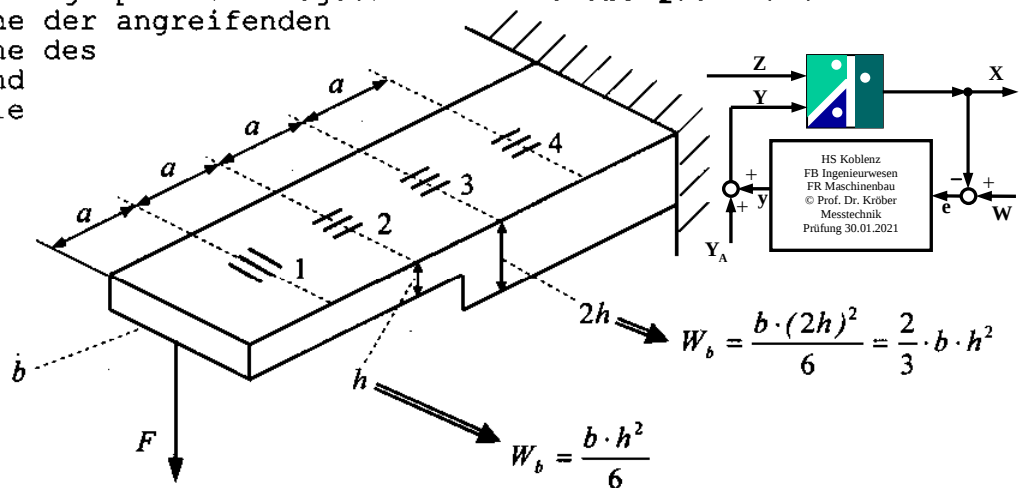


$$\frac{u_D}{u_B} = \frac{R_2 \cdot R_4 - R_1 \cdot R_3}{(R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4)}$$

Aufgabe 6 (16P)

An dem einseitig eingespannten Biegebalken wirkt die Querkraft F . An den beiden DMS in Nähe der angreifenden Kraft ist die Höhe des Biegebalkens h und weiter weg ist die Höhe doppelt so groß.

Letztlich aus "Corona-Gründen" ist die Anordnung der DMS etwas ungewöhnlich. Die Anordnung ist jetzt aber eben so wie sie ist.



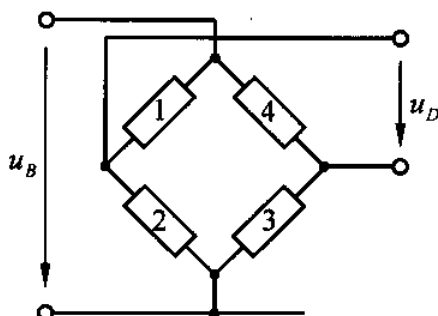
- a. Bestimmen Sie zunächst formelmäßig die Dehnungen ε_1 , ε_2 , ε_3 und ε_4 !
- b. Bestimmen Sie (formelmäßige Lösung) eine Gleichung zur Berechnung der Brückenverstimmung!

Ziel: $\frac{u_D}{u_B} = \dots \cdot F$

- c. Bestimmen Sie zahlenmäßig die Brückenverstimmung [in mV/V] für die angegebenen Zahlenwerte!

Geg.: $a = 20 \text{ mm}$; $b = 40 \text{ mm}$; $h = 5 \text{ mm}$; $k = 2$; $F = 1000 \text{ N}$
 $E = 210000 \text{ N/mm}^2$; $\nu = 0,3$

Verschiedene Hilfestellungen:

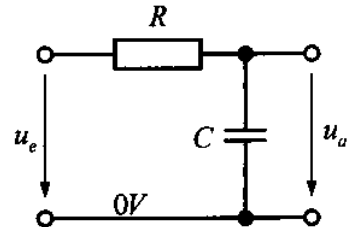
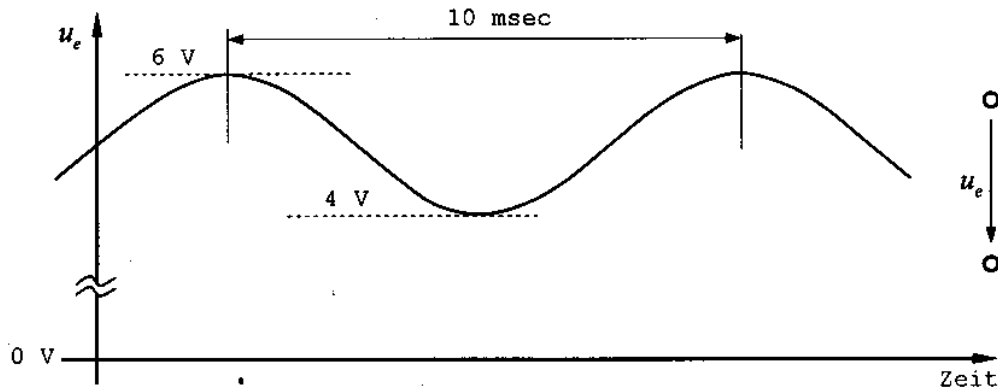


$$\frac{u_D}{u_B} = \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_2}{R} + \frac{\Delta R_4}{R} - \frac{\Delta R_1}{R} - \frac{\Delta R_3}{R} \right)$$

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon \quad \varepsilon_{\text{quer}} = -\nu \cdot \varepsilon_{\text{längs}}$$

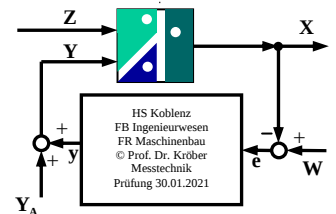
Aufgabe 7 (12P)

Der abgebildete Messschrieb zeigt den Signalverlauf, der als Eingangsgröße auf einen Tiefpassfilter wirkt. Diese Eingangsspannung schwankt zwischen zwei Extremwerten. Genau so schwankt die Ausgangsspannung zwischen zwei (anderen) Extremwerten. Bestimmen Sie den Maximalwert der Ausgangsspannung!



Ferner gegeben: $R = 100 \text{ k}\Omega$; $C = 0,1 \text{ }\mu\text{F}$

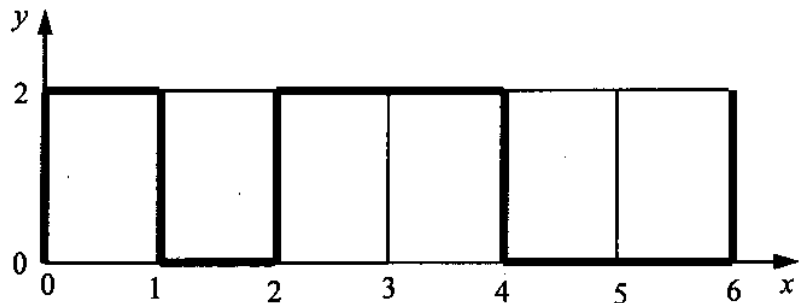
Tiefpassfilter: $|G| = \frac{\hat{u}_a}{\hat{u}_e} = \frac{1}{\sqrt{1 + (2 \cdot \pi \cdot f \cdot R \cdot C)^2}}$



Aufgabe 8 (16P)

Das abgebildete Signal besitzt die Periode $2 \cdot L = 6$. Das bedeutet, es ist genau eine Periode dargestellt. Bestimmen Sie von dem abgebildeten Signal die Koeffizienten a_1 und b_1 !

Bemerkungen:
Der gesamte Lösungsweg muss ersichtlich sein.
Keine Integration "nur im Taschenrechner"!
Gesucht ist die exakte Lösung.



Hilfestellungen:

$$\int \sin(ax) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax) + C$$

$$\int \cos(ax) dx = \frac{1}{a} \sin(ax) + C$$

Hinweis:

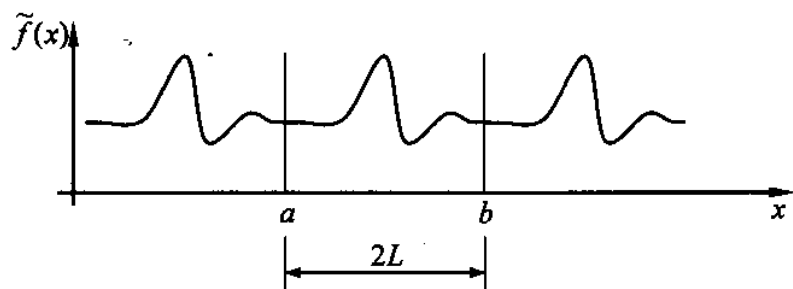
Sei $\tilde{f}(x)$ eine periodische Funktion der Periode $2L$, dann lässt sich $\tilde{f}(x)$ durch folgende Reihenentwicklung approximieren:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^n a_i \cos(i \frac{\pi}{L} x) + \sum_{i=1}^n b_i \sin(i \frac{\pi}{L} x)$$

wobei:

$$a_i = \frac{1}{L} \int_a^b \tilde{f}(x) \cos(i \frac{\pi}{L} x) dx$$

$$b_i = \frac{1}{L} \int_a^b \tilde{f}(x) \sin(i \frac{\pi}{L} x) dx$$



Prüfung Messtechnik 30.01.21

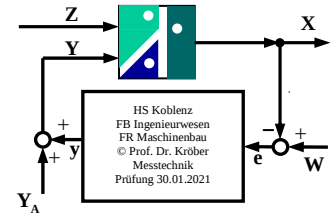
zu 1) $y = a \cdot x^n$

$$y_{\max} = 2 (2,55)^{1,1} = 5,6005$$

$$y_{\min} = 2 (2,45)^{1,1} = 5,3594$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = a \cdot n \cdot x^{n-1} = 2 \cdot 1,1 \cdot 2,5^{0,1} = 2,4111$$

$$\Delta y = \frac{\partial y}{\partial x} \Delta x = 2,4111 \cdot 0,05 = 0,12056$$



zu 2) min: $R_{pt100} = (183 - 2,1) \Omega = 181 \Omega$

$$\frac{181 - 175,84}{212,02 - 175,84} = 0,14262 \Rightarrow \alpha_{\min} = 214,262^\circ \text{C}$$

max: $R_{pt100} = (184,5 - 2,1) \Omega = 182,5 \Omega$

$$\frac{182,5 - 175,84}{212,02 - 175,84} = 0,18408 \Rightarrow \alpha_{\max} = 218,408^\circ \text{C}$$

zu 3) $T = \frac{m \cdot c}{\alpha \cdot A} = \frac{d^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot l \cdot \rho \cdot c}{\alpha \cdot d \cdot \pi \cdot l} = \frac{d \cdot \rho \cdot c}{4 \alpha} = \frac{0,0005 \cdot 8000 \cdot 400}{4 \cdot 10} \text{ s} = 40 \text{ s}$

$$T = \frac{d^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot l \cdot \rho \cdot c}{\alpha (\pi \cdot d \cdot l + 2 \frac{d^2 \pi}{4})} = \frac{0,0005^2 \frac{\pi}{4} \cdot 0,012 \cdot 8000 \cdot 400}{10 (\pi \cdot 0,0005 \cdot 0,012 + 2 \frac{0,0005^2 \pi}{4})} \text{ s} = 39,1837 \text{ s}$$

zu 4) $\frac{1}{2} = e^{-t/T} \Rightarrow T = \frac{t}{\ln 2} = \frac{t_1}{\ln 2} = \frac{153}{\ln 2} = 21,640 \text{ s}$

$$\begin{aligned} \frac{m_{\text{neu}}}{m_{\text{alt}}} &= \frac{\alpha x - \alpha_3}{\alpha_1 - \alpha_3} = e^{-t_2/T} \Rightarrow \alpha x = \alpha_3 + (\alpha_1 - \alpha_3) e^{-t_2/T} \\ &= [10 + (70 - 10) e^{-\frac{80}{21,640}}]^\circ \text{C} \\ &= 11,488^\circ \text{C} \end{aligned}$$

Prüfung Messtechnik 30.01.21

$$m5) \text{ Zähler} = 0 \Rightarrow R_2 R_4 = R_1 R_3 \Rightarrow R_4 = \frac{R_1 R_3}{R_2} = \frac{10 \cdot 60}{20} \text{ k}\Omega = 30 \text{ k}\Omega$$

$$R_{\text{neu}} = \frac{30 \cdot 250}{30 + 250} \text{ k}\Omega = 26,7857 \text{ k}\Omega$$

$$u_D = \frac{R_2 \cdot R_4 - R_1 R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} u_B = \frac{20 \cdot 26,7857 - 10 \cdot 60}{(10 + 20)(60 + 26,7857)} \cdot 5 \text{ V} = -123,457 \text{ mV}$$

$$m6) \epsilon_1 = \frac{F \cdot a}{E b h^2} = \frac{6 \cdot F \cdot a}{E b h^2}; \epsilon_1 = -\gamma \frac{6 F a}{E b h^2}; \epsilon_2 = \frac{12 F a}{E b h^2}$$

$$\epsilon_3 = \frac{3 \cdot F \cdot a}{E \frac{2}{3} b h^2} = \frac{9 \cdot F \cdot a}{2 \cdot E b h^2}; \epsilon_4 = \frac{4}{3} \epsilon_3 = \dots = \frac{6 F a}{E b h^2}$$

$$\frac{u_D}{u_B} = \frac{1}{4} \left(\frac{12 F a}{E b h^2} + \frac{6 F a}{E b h^2} - \left(-\gamma \frac{6 F a}{E b h^2} \right) - \frac{9 F a}{2 E b h^2} \right)$$

$$= \frac{K \cdot F \cdot a}{4 \cdot E b h^2} \left(12 + 6 + 6\gamma - \frac{9}{2} \right) = \frac{K \cdot a}{E b h^2} \left(\frac{27}{8} + \frac{3}{2} \gamma \right) \cdot F$$

$$\frac{u_D}{u_B} = \frac{2 \cdot 20}{210000 \cdot 40 \cdot 5^2} \left(\frac{27}{8} + \frac{3}{2} \cdot 0,3 \right) \cdot 1000 \frac{\text{V}}{\text{V}} = 0,7286 \frac{\text{mV}}{\text{V}}$$

$$m7) u_{\text{mittel}} = u_{\text{mittel}} = \frac{4 \text{ V} + 6 \text{ V}}{2} = 5 \text{ V}; u_e = 1 \text{ V}$$

$$\hat{u}_a = \hat{u}_e \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi \frac{1}{T} R_1)^2}} = 1 \text{ V} \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi \frac{1}{0,01} 100 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6})^2}} = 0,1572 \text{ V}$$

$$u_{\text{ausmax}} = 5 \text{ V} + 0,1572 \text{ V} = 5,1572 \text{ V}$$

$$m8) a_1 = \frac{1}{3} \int_0^1 2 \cos\left(1 \frac{\pi}{3} x\right) dx + \frac{1}{3} \int_2^4 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} x\right) dx$$

$$= \frac{2}{3} \int_0^1 \cos\left(\frac{\pi}{3} x\right) dx + \frac{2}{3} \int_2^4 \cos\left(\frac{\pi}{3} x\right) dx = \frac{2}{3} \left[\frac{3}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{3} x\right) \right]_0^1 + \frac{2}{3} \left[\frac{3}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{3} x\right) \right]_2^4$$

$$= \dots = -\frac{\sqrt{3}}{\pi} \approx -0,5513$$

$$b_1 = \frac{2}{3} \int_0^1 \sin\left(\frac{\pi}{3} x\right) dx + \frac{2}{3} \int_2^4 \sin\left(\frac{\pi}{3} x\right) dx = \frac{2}{3} \left[-\frac{3}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{3} x\right) \right]_0^1 + \frac{2}{3} \left[-\frac{3}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{3} x\right) \right]_2^4$$

$$= \dots = +\frac{1}{\pi} \approx 0,3183$$

