

PTM - Messtechnik SS 2025
 Prof. Dr. Wolfgang Kröber

Zur Bewertung der Aufgaben muss der gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

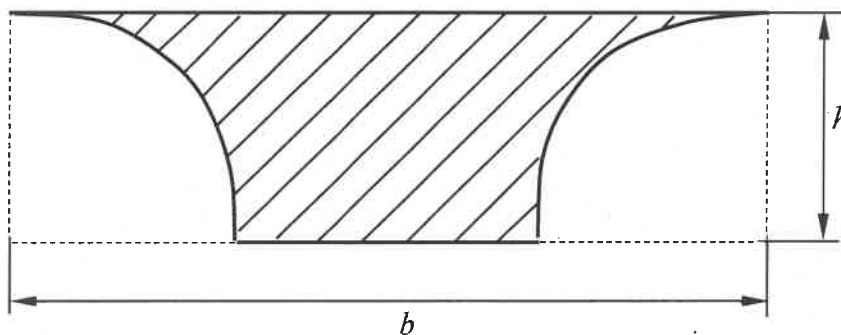
- Bearbeitungszeit : 90 min
- Erlaubte Hilfsmittel :
 - selbstständige Lösung
 - keine internetfähigen Geräte
 - keine weiteren Einschränkungen

Note : _____

Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
Summe	

Aufgabe 1 (14P)

Eine geometrische Figur besteht aus einem Rechteck, wobei an zwei Ecken Viertelkreise ausgespart sind. Die schraffierte Fläche A kann man nach der angegebenen Formel berechnen.



$$A = b \cdot h - \frac{\pi}{2} \cdot h^2$$

Zahlenwerte: $b = 100 \text{ mm}$; $h = 30 \text{ mm}$

Die Längen b und h können jeweils um $\pm 1 \text{ mm}$ fehlerbehaftet sein.

- a. Bestimmen Sie mit der Fehlerformel den maximalen Fehler ΔA der Fläche A (formelmäßige und numerische Lösung)!

Hilfestellung hierzu:

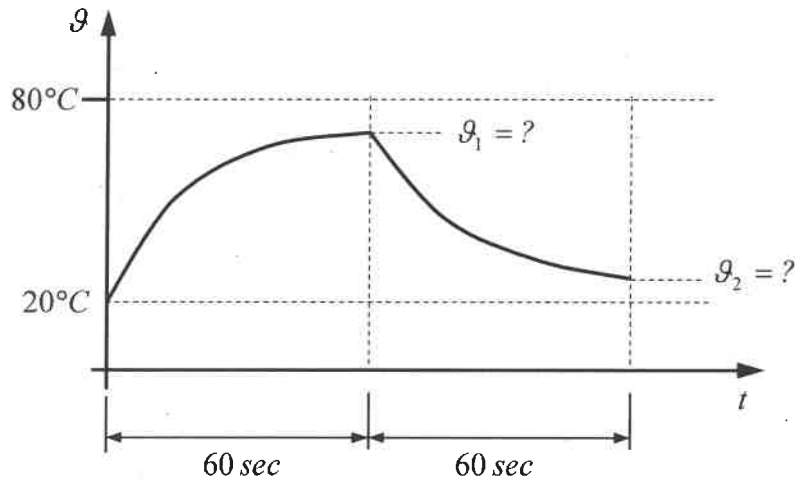
$$\Delta A = \left| \frac{\partial A}{\partial b} \cdot \Delta b \right| + \left| \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \Delta h \right|$$

- b. Wie groß ist der relative Fehler $\frac{\Delta A}{A}$ der Fläche A [in %] (nur numerische Lösung)?

Aufgabe 2 (12P)

Ein Temperatursensor mit der Zeitkonstanten $T = 40 \text{ s}$ ist zunächst lange Zeit in einer Umgebung von 20°C . Dann wird er für 60 Sekunden in eine neue Umgebung von 80°C gebracht. Danach kommt der Sensor wieder in die Ursprungsumgebung von 20°C .

Bestimmen Sie die beiden Temperaturen ϑ_1 und ϑ_2 !



$$\frac{\text{momentane Differenz}}{\text{Anfangsdifferenz}} = e^{-\frac{\text{Zeit}}{\text{Zeitkonstante}}}$$

Aufgabe 3 (13P)

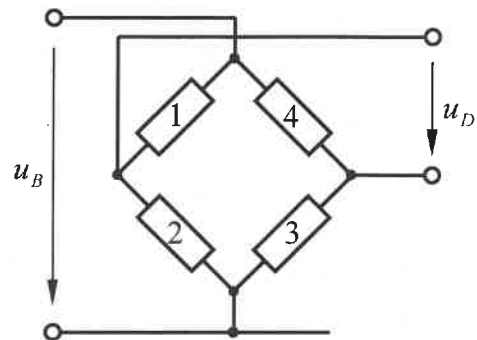
Eine Messbrücke sei zunächst abgeglichen. Die Widerstände R_3 und R_4 sind Festwiderstände, sind gleich groß und haben einen Wert von $1 \text{ k}\Omega$. Die Ausgangstemperatur sei 20°C . Die Diagonalspannung ist hierbei gleich Null. Dabei ist der Widerstand R_1 so groß wie der Widerstand R_2 (R_2 ist der Pt100).

- Wie groß muss der Widerstand R_1 sein?
- Wie groß ist die Brückenverstimmung [in mV/V], wenn die Temperatur des Pt100-Widerstandes 100°C anstatt 20°C beträgt?
Hinweis: Hier ändert sich nur R_2 .
(exakte Lösung, nicht die lineare Formel)

Hilfestellungen:

$$R_\vartheta = R_0 \cdot (1 + \alpha_{Pt} \cdot \vartheta)$$

$$\alpha_{Pt} = 3,85 \cdot 10^{-3} 1/\text{K} = 3,85 \cdot 10^{-3} 1/^\circ\text{C}$$



$$\frac{u_D}{u_B} = \frac{R_2 \cdot R_4 - R_1 \cdot R_3}{(R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4)}$$

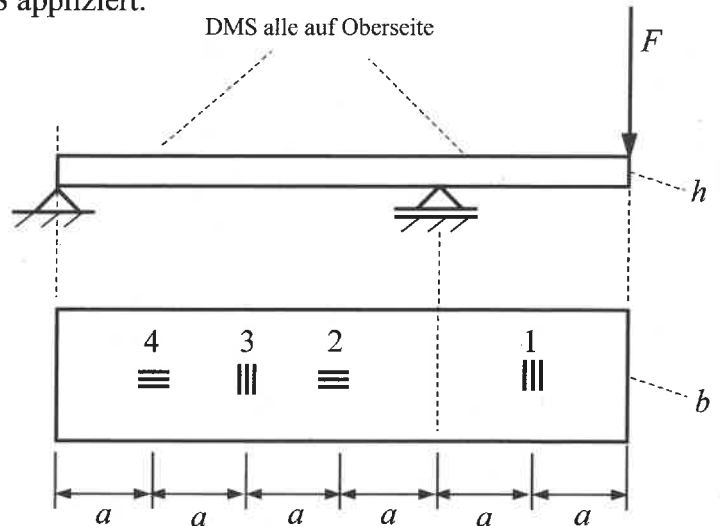
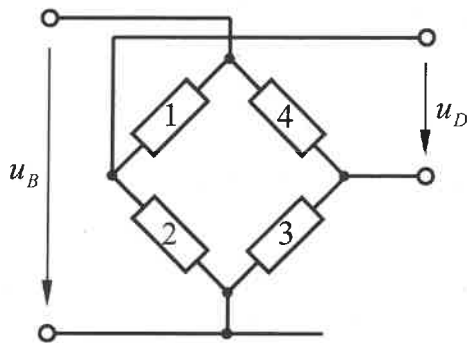
Aufgabe 4 (15P)

Auf dem abgebildeten Biegebalken sind 4 DMS appliziert.

- Ermitteln Sie zunächst alle vier Dehnungen in Abhängigkeit der gegebenen Größen!
- Wie groß ist die Brückenverstimmung u_D/u_B in Abhängigkeit der gegebenen Größen!

Geg.: F, a, b, h, E, k, ν

Verschiedene Hilfestellungen:



$$\frac{u_D}{u_B} = \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_2}{R} + \frac{\Delta R_4}{R} - \frac{\Delta R_1}{R} - \frac{\Delta R_3}{R} \right)$$

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon \quad W_b = \frac{b \cdot h^2}{6} \quad \varepsilon_{\text{quer}} = -\nu \cdot \varepsilon_{\text{längs}}$$

Aufgabe 5 (13P)

An einer Welle wirkt infolge eines Kräftepaars ein Drehmoment M_t . Bei der verwendeten Halbbrücke entsteht eine Brückenverstimmung von 0,25 mV/V.

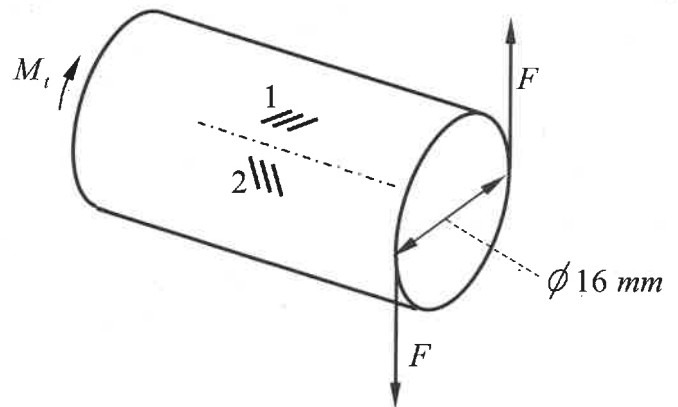
Bestimmen Sie die Dehnung des DMS 2, die Schubspannung und das Drehmoment!

Weitere Zahlenwerte: $k = 2$; $G = 80000 \text{ N/mm}^2$

Hilfestellungen:

$$\varepsilon_{DMS} = \frac{\tau}{2 \cdot G} \quad W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \quad \tau = \frac{M_t}{W_p}$$

$$\frac{u_D}{u_B} = \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_2}{R} + \frac{\Delta R_4}{R} - \frac{\Delta R_1}{R} - \frac{\Delta R_3}{R} \right)$$



Aufgabe 6 (12P)

Ein Hochpassfilter hat ein Amplitudenverhältnis von -40 dB. Ferner ist gegeben: $R \cdot C = 0,01 \text{ s}$.

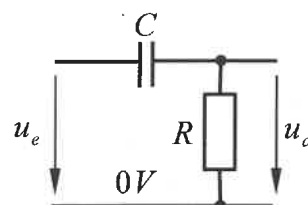
Bestimmen Sie die Frequenz f und die Eckfrequenz f_E !

$$|G|_{dB} = 20 \cdot \lg |G|$$

$$\lg x = \log_{10} x$$

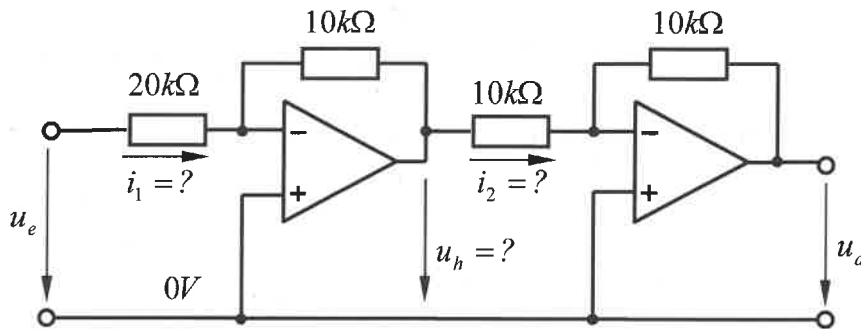
$$|G| = \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot R \cdot C}{\sqrt{1 + (2 \cdot \pi \cdot f \cdot R \cdot C)^2}}$$

$$\omega_E = \frac{1}{R \cdot C}$$



Aufgabe 7 (9P)

Ein Messumformer wird verwendet, um ein Signal von einem Signalebereich von 0V bis 10V in einen Signalebereich von 0V bis 5 Volt umzuformen. Dies kann unmittelbar durch einen Spannungsteiler erfolgen, hier soll jedoch die "aktive Variante" untersucht werden.



$$u_a = \frac{1}{2} \cdot u_e$$

Setzen Sie zur Überprüfung $u_e = 10 \text{ V}$ an. Wie groß ist die Spannung u_h sowie die Ströme i_1, i_2 ?

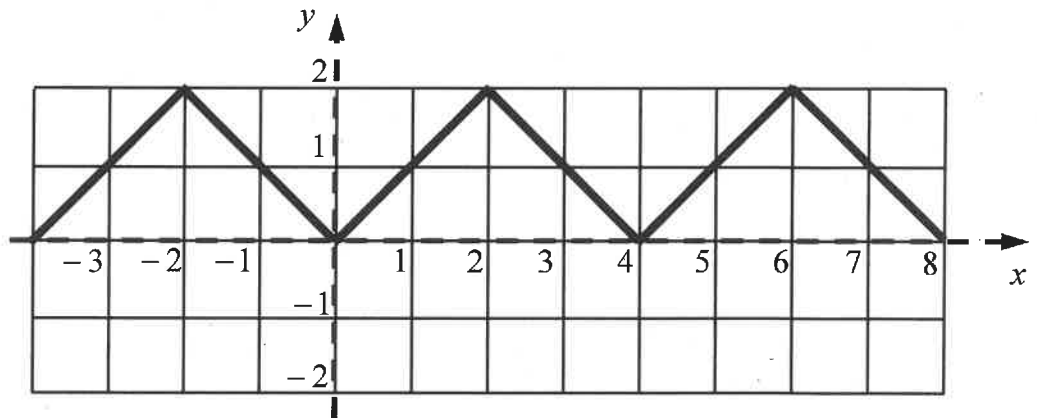
Aufgabe 8 (12P)

Bei dem abgebildeten Signalverlauf handelt es sich um eine gerade Funktion. Bestimmen Sie a_1 !

Bemerkungen:

Der gesamte Lösungsweg muss ersichtlich sein.

Keine Integration "nur im Taschenrechner"! Gesucht ist die exakte Lösung.



Hilfestellungen:

$$\int x \cos(ax) dx = \frac{x}{a} \sin(ax) + \frac{1}{a^2} \cos(ax) + C$$

Hinweis:

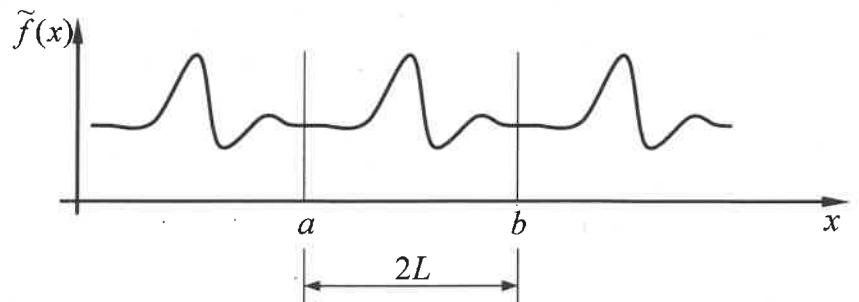
Sei $\tilde{f}(x)$ eine periodische Funktion der Periode $2L$, dann lässt sich $\tilde{f}(x)$ durch folgende Reihenentwicklung approximieren:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^n a_i \cos\left(i \frac{\pi}{L} x\right) + \sum_{i=1}^n b_i \sin\left(i \frac{\pi}{L} x\right)$$

wobei:

$$a_i = \frac{1}{L} \int_a^b \tilde{f}(x) \cos\left(i \frac{\pi}{L} x\right) dx$$

$$b_i = \frac{1}{L} \int_a^b \tilde{f}(x) \sin\left(i \frac{\pi}{L} x\right) dx$$



Prüfung PTH/Messtechnik 10.07.2025

$$m1) \frac{\partial A}{\partial b} = h; \frac{\partial A}{\partial h} = b - \frac{\pi}{2} 2h = b - \pi \cdot h$$

$$\Delta A = h \cdot \Delta b + (b - \pi \cdot h) \cdot \Delta h$$

$$\Delta A = [30 \cdot 1 + (100 - \pi \cdot 30) \cdot 1] \text{ mm}^2 = 35,75 \text{ mm}^2$$

$$b) \frac{\Delta A}{A} = \frac{35,75}{(100 \cdot 30 - \frac{\pi}{2} \cdot 30^2)} \cdot 100\% = 2,254\%$$

$$m2) \frac{m_{\text{out}}}{A_{\text{uf}}} = \frac{80^\circ\text{C} - \alpha_1}{80^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}} = e^{-\frac{60s}{40s}}$$

$$80^\circ\text{C} - \alpha_1 = 60^\circ\text{C} \cdot e^{-1,5}$$

$$\alpha_1 = 80^\circ - 60^\circ \cdot e^{-1,5} = 66,612^\circ\text{C}$$

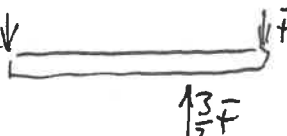
$$\frac{m_{\text{out}}}{A_{\text{uf}}} = \frac{\alpha_2 - 20^\circ\text{C}}{66,612^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}} = e^{-\frac{60s}{40s}} = e^{-1,5}$$

$$\alpha_2 = 20^\circ + 46,612^\circ \cdot e^{-1,5} = 30,401^\circ\text{C}$$

$$m3) R_1 = R_2 = R_0 (1 + \alpha_R \cdot \Delta T) = 100\Omega (1 + 3,85 \cdot 10^{-3} \cdot 20) = 107,70\Omega$$

$$b) R_2 = 100\Omega (1 + 3,85 \cdot 10^{-3} \cdot 100) = 138,50\Omega$$

$$\frac{U_D}{U_B} = \frac{138,5 \cdot 1000 - 107,7 \cdot 1000}{(107,7 + 138,5)(1000 + 1000)} = \frac{138,5 - 107,7}{(107,7 + 138,5) \cdot 2} = 62,551 \frac{\text{mV}}{\text{V}}$$

m4)  $\epsilon_4 = \frac{\delta_{By}}{F} = \frac{y_{By}}{F \cdot l_0} = \frac{\frac{F}{2} \cdot \alpha}{F \cdot l_0} = \frac{1}{2} \frac{F \alpha}{F l_0} = 3 \frac{F \alpha}{E b l^2}$

$$\epsilon_3 = -\nu \frac{F \cdot \alpha}{E l_0} = -6\nu \frac{F \alpha}{E b l^2}; \epsilon_2 = 3\epsilon_4 = 9 \frac{F \alpha}{E b l^2}$$

$$\epsilon_1 = -\nu \frac{F \alpha}{E l_0} = -6\nu \frac{F \alpha}{E b l^2}$$

$$b) \frac{U_D}{U_B} = \frac{K}{4} (\epsilon_2 + \epsilon_4 - \epsilon_1 - \epsilon_3) = \frac{K}{4} \left(9 \frac{F \alpha}{E b l^2} + 3 \frac{F \alpha}{E b l^2} - (-6\nu \frac{F \alpha}{E b l^2}) - (-6\nu \frac{F \alpha}{E b l^2}) \right)$$

$$= \frac{K}{4} \frac{F \alpha}{E b l^2} (9 + 3 + 6\nu + 6\nu) = \frac{K}{4} \frac{F \alpha}{E b l^2} (12 + 12\nu) = \frac{3K\alpha(1+\nu) \cdot F}{E b l^2}$$

Prüfung PTM/Messtechnik 10.07.2025

$$m5) \frac{u_D}{u_B} = \frac{K}{4} (\epsilon_2 - \epsilon_1); \epsilon_2 = \epsilon_{DMS} = -\epsilon_1 \Rightarrow \frac{u_D}{u_B} = \frac{K}{2} \cdot \epsilon_{DMS}$$

$$\epsilon_{DMS} = \frac{2 \frac{u_D}{u_B}}{K} = \frac{2 \cdot 0,25 \cdot 10^{-3}}{2} = 250 \frac{\mu m}{m}$$

$$\tau = 2 \cdot \sigma \cdot \epsilon_{DMS} = 2 \cdot 80000 \cdot 250 \cdot 10^{-6} \text{ N/mm}^2 = 40 \text{ N/mm}^2$$

$$M_t = \tau \cdot W_p = 40 \cdot \frac{\pi \cdot 16^3}{16} \text{ Nmm} = 32170 \text{ Nmm}$$

$$m6) f_E = \frac{u_E}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{RC} = \frac{1}{2\pi \cdot 0,015} = 15,915 \text{ Hz}$$

$$|G|_{dB} = 20 \cdot \lg |G| \Rightarrow |G| = 10^{\frac{|G|_{dB}}{20}} = 10^{\frac{-40}{20}} = 0,01$$

$$|G| = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \Rightarrow |G|^2(1+x^2) = x^2 \Rightarrow |G|^2 = x^2(1-|G|^2) \Rightarrow x = \frac{|G|}{\sqrt{1-|G|^2}}$$

$$x = \frac{0,01}{\sqrt{1-0,01^2}} = 0,0100005 = 2\pi f RC; f = \frac{0,0100005}{2\pi \cdot 0,01} \text{ Hz} = 0,15915 \text{ Hz}$$

$$m7) u_{in} = -\frac{1}{2} u_e \quad \begin{matrix} \leftarrow 10k\Omega \\ \leftarrow 20k\Omega \end{matrix} = -\frac{1}{2} 10V = -5V$$

$$i_1 = \frac{10V}{20k\Omega} = 0,5 \text{ mA}; i_2 = \frac{-5V - 0V}{10k\Omega} = -0,5 \text{ mA}$$

$$m8) 2L=4 \Rightarrow L=2$$

$$a_1 = 2 \cdot \frac{1}{2} \int_0^2 x \cdot \cos\left(1 \cdot \frac{\pi}{2} x\right) dx = \int_0^2 x \cos\left(\frac{\pi}{2} x\right) dx$$

↑
grade Funktion

$$= \left[\frac{x}{\pi/2} \sin\left(\frac{\pi}{2} x\right) + \frac{1}{(\pi/2)^2} \cos\left(\frac{\pi}{2} x\right) \right]_0^2$$

$$= \frac{2}{\pi/2} \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot 2\right)}_0 + \frac{1}{(\pi/2)^2} \underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot 2\right)}_{-1} - 0 - \frac{1}{(\pi/2)^2} \underbrace{\cos 0}_1$$

$$a_1 = -\left(\frac{2}{\pi}\right)^2 - \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 = -\frac{8}{\pi^2} \approx -0,8106$$