

PTM - Messtechnik WS 25/26

Prof. Dr. Wolfgang Kröber

Zur Bewertung der Aufgaben muss der gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

- Bearbeitungszeit : 90 min
- Erlaubte Hilfsmittel :
 - selbstständige Lösung
 - keine internetfähigen Geräte
 - keine weiteren Einschränkungen

Note : _____

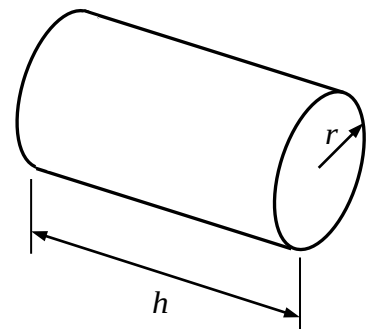
Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
Summe	

Aufgabe 1 (14P)

Die Oberfläche eines Zylinders mit dem Radius r und der Höhe h kann man mit der angegebenen Formel berechnen.

$$A = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

Zahlenwerte: $r = 40 \text{ mm}$; $h = 100 \text{ mm}$



Der Radius r und die Höhe h können jeweils um $\pm 1 \text{ mm}$ fehlerbehaftet sein.

- a. Bestimmen Sie mit der Fehlerformel den maximalen Fehler ΔA der Fläche A (formelmäßige und numerische Lösung)!

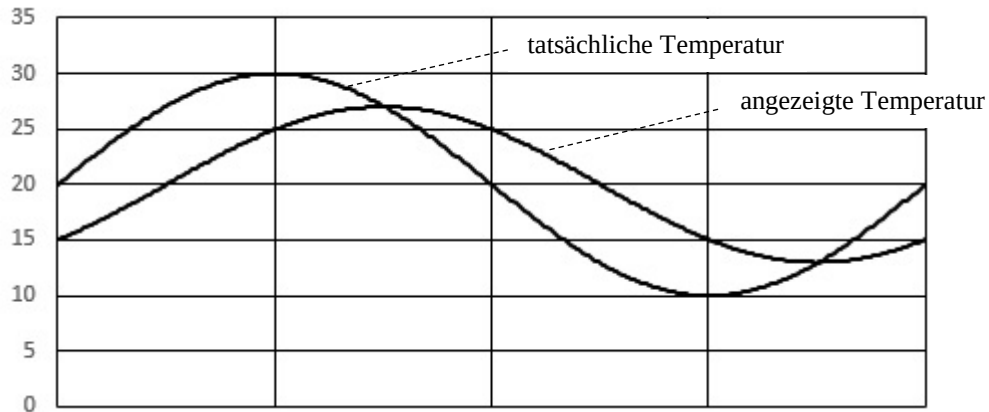
Hilfestellung hierzu:
$$\Delta A = \left| \frac{\partial A}{\partial r} \cdot \Delta r \right| + \left| \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \Delta h \right|$$

- b. Wie groß ist der relative Fehler $\frac{\Delta A}{A}$ der Fläche A [in %] (nur numerische Lösung)?

Aufgabe 2 (14P)

Ein Temperatursensor wird in eine Umgebung gebracht, in der die tatsächliche Temperatur sinusförmig zwischen 10° C und 30° C schwankt. Durch die Trägheit des Sensors schwankt die angezeigte Temperatur zwischen 13° C und 27° C. Die Zeitkonstante T des Sensors beträgt 16,237 Sekunden.

Hinweis: T ist bei dieser Aufgabe die Zeitkonstante T und nicht die/eine Periodendauer.



- Wie groß ist die Frequenz der Schwingung?
- Bei einer sprungförmigen Veränderung der tatsächlichen Temperatur würde bei der angezeigten Temperatur eine E-Funktion entstehen. Wie groß ist die dabei auftretende Halbwertszeit?

Hilfestellungen:

$$|G| = \frac{\hat{g}_a}{\hat{g}_e} = \frac{1}{\sqrt{1 + (2 \cdot \pi \cdot f \cdot T)^2}}$$

$$\frac{\text{momentane Differenz}}{\text{Anfangsdifferenz}} = e^{-\frac{\text{Zeit}}{\text{Zeitkonstante}}}$$

Aufgabe 3 (13P)

Auf dem abgebildeten Biegebalken sind 2 DMS appliziert. Bei der Verschaltung handelt es sich um eine Halbbrücke.

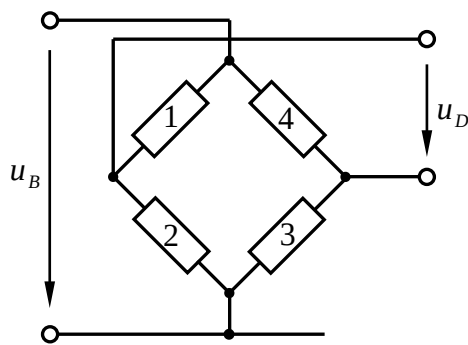
- Ermitteln Sie zunächst die Dehnungen unter den beiden DMS in Abhängigkeit der gegebenen Größen!
- Wie groß ist die Brückenverstimmung u_D/u_B in Abhängigkeit der gegebenen Größen?

Ziel: $\frac{u_D}{u_B} = \dots \cdot F$

- Die Länge x sei fehlerbehaftet. Wie geht ein Fehler von x in das Ergebnis ein?

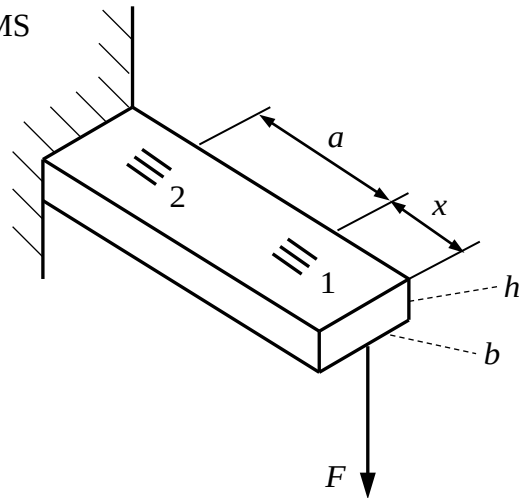
Geg.: F, a, b, h, x, E, k

Verschiedene Hilfestellungen:



$$\frac{u_D}{u_B} = \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_2}{R} + \frac{\Delta R_4}{R} - \frac{\Delta R_1}{R} - \frac{\Delta R_3}{R} \right)$$

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon \quad W_b = \frac{b \cdot h^2}{6}$$



Aufgabe 4 (12P)

Auf dem abgebildeten Zugstab zur Messung der Zugkraft F sind DMS 2 längs und DMS 1 quer appliziert. Auf der Ansicht sind nur DMS 1 und DMS 2 zu sehen. DMS 3 und DMS 4 befinden äquivalent auf der Rückseite (DMS 4 längs und DMS 3 quer).

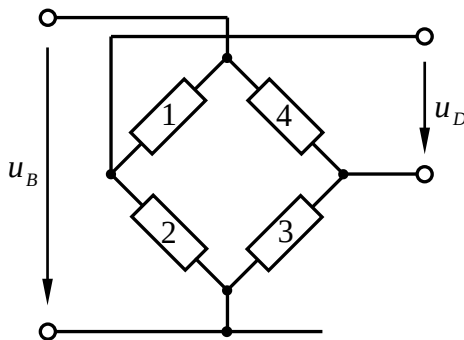
Der relevante Querschnitt im Bereich der DMS sei A.

- Ermitteln Sie zunächst alle vier Dehnungen in Abhängigkeit der gegebenen Größen!
- Wie groß ist die Brückenverstimmung u_D/u_B in Abhängigkeit der gegebenen Größen?

Ziel: $\frac{u_D}{u_B} = \dots \cdot F$

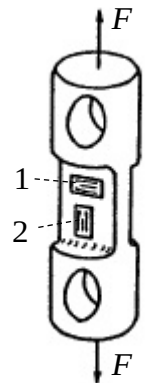
Geg.: F, A, E, k, ν

Verschiedene Hilfestellungen:



$$\frac{u_D}{u_B} = \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_2}{R} + \frac{\Delta R_4}{R} - \frac{\Delta R_1}{R} - \frac{\Delta R_3}{R} \right)$$

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon \quad \varepsilon_{\text{quer}} = -\nu \cdot \varepsilon_{\text{längs}}$$



Aufgabe 5 (12P)

Ein NTC-Widerstand wird zur Messung der Heizungsvorlauftemperatur eingesetzt. Gemäß dem Datenblatt beträgt der Widerstand bei 20°C gerade $12,488 \text{ k}\Omega$, bei 50°C wird ein Widerstand von $3,514 \text{ k}\Omega$ angegeben.

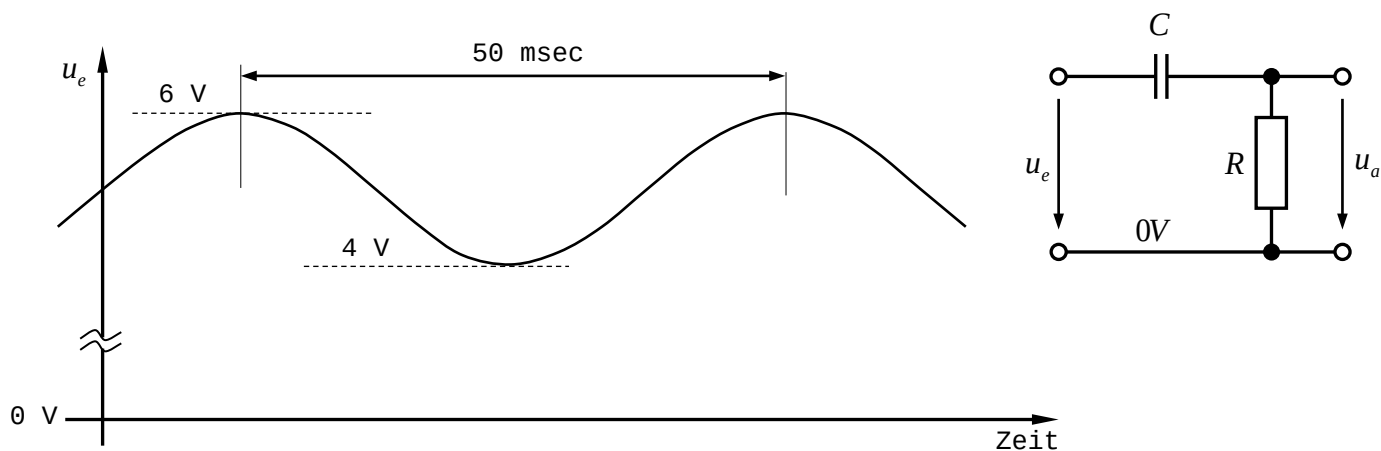
Setzen Sie $R_0 = 12,488 \text{ k}\Omega$ bei $T_0 = (273+20) \text{ K}$

Hilfestellung: $R_T = R_0 \cdot e^{B \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)}$

- Bestimmen Sie zunächst den B-Wert!
 - Berechnen Sie mit der obigen Formel, wie groß der Widerstand bei 40°C sein muss!
 - Welcher Wert würde sich rein rechnerisch für den Widerstand bei 40°C ergeben, wenn man zwischen den Widerstandswerten bei 20°C und 50°C eine lineare Interpolation vornimmt?
 - Um wie viel Prozent ist der Wert aus der linearen Interpolation zu groß?
- Anmerkung für Wissendurstige: Das Ergebnis zeigt eigentlich, dass die lineare Interpolation eine zu große Abweichung ergibt.*

Aufgabe 6 (12P)

Der abgebildete Messschrieb zeigt den Signalverlauf, der als Eingangsgröße auf einen Hochpassfilter wirkt. Diese Eingangsspannung schwankt zwischen zwei Extremwerten. Genau so schwankt die Ausgangsspannung zwischen zwei (anderen) Extremwerten. Bestimmen Sie den Maximalwert und den Minimalwert der Ausgangsspannung!

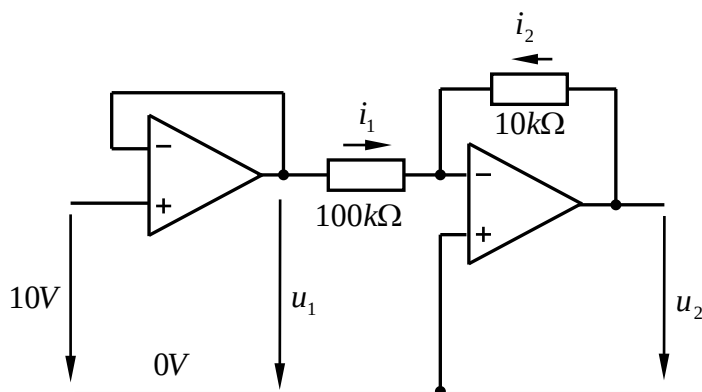


Ferner gegeben: $R = 100 \text{ k}\Omega$; $C = 0,1 \text{ }\mu\text{F}$

Hochpassfilter:
$$|G| = \frac{\hat{u}_a}{\hat{u}_e} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot R \cdot C}{\sqrt{1 + (2 \cdot \pi \cdot f \cdot R \cdot C)^2}}$$

Aufgabe 7 (8P)

Die Abbildung zeigt einen Teil eines Messumformers, um ein Signal auf einen kleineren Signalbereich umzuformen.



Wie groß sind in dem abgebildeten konkreten Fall die Spannungen u_1 , u_2 sowie die Ströme i_1 und i_2 ?

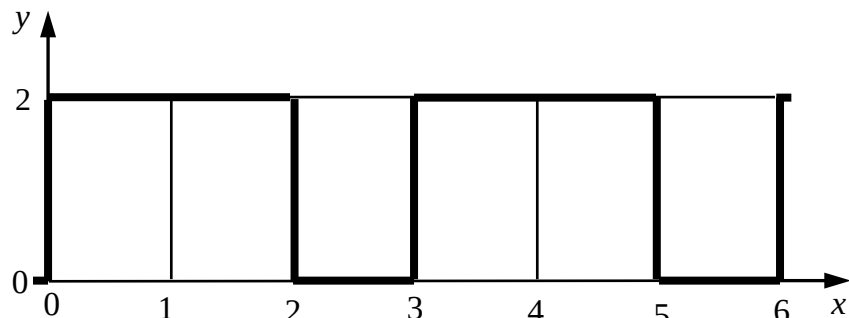
Aufgabe 8 (15P)

Das abgebildete Signal besitzt die Periode $2 \cdot L = 3$. Bestimmen Sie von dem abgebildeten Signal die Koeffizienten a_1 , b_1 und A_1 !

Bemerkungen:

Der gesamte Lösungsweg muss ersichtlich sein. Keine Integration "nur im Taschenrechner"!

Gesucht ist die exakte Lösung.



Hilfestellungen und Hinweise:

$$\int \cos(ax) dx = \frac{1}{a} \sin(ax) + C$$

$$\int \sin(ax) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax) + C$$

$$\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \sin(240^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \cos(240^\circ) = -\frac{1}{2}$$

$$A_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2}$$

Hinweis:

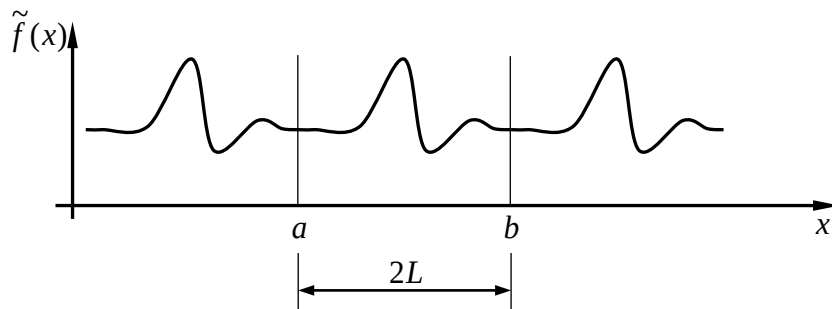
Sei $\tilde{f}(x)$ eine periodische Funktion der Periode $2L$, dann lässt sich $\tilde{f}(x)$ durch folgende Reihenentwicklung approximieren:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^n a_i \cos\left(i \frac{\pi}{L} x\right) + \sum_{i=1}^n b_i \sin\left(i \frac{\pi}{L} x\right)$$

wobei:

$$a_i = \frac{1}{L} \int_a^b \tilde{f}(x) \cos\left(i \frac{\pi}{L} x\right) dx$$

$$b_i = \frac{1}{L} \int_a^b \tilde{f}(x) \sin\left(i \frac{\pi}{L} x\right) dx$$



Prüfung PTM / Messtechnik 05.02.2026

$$\begin{aligned} \text{m1)} \quad A &= 2\pi r^2 + 2\pi r h \\ \Delta A &= \frac{\partial A}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial A}{\partial h} \Delta h = (4\pi r + 2\pi h) \Delta r + (2\pi r) \Delta h \\ &= [(4\pi \cdot 40 + 2\pi \cdot 100) \cdot 1 + (2\pi \cdot 40) \cdot 1] \text{mm}^2 = 1382,30 \text{mm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad \frac{\Delta A}{A} \cdot 100\% &= \frac{1382,30 \text{mm}^2}{(2\pi \cdot 40^2 + 2\pi \cdot 40 \cdot 100) \text{mm}^2} \cdot 100\% = 3,929\% \\ A &= 35185,8 \text{mm}^2 \end{aligned}$$

$$\text{m2)} \quad |G| = \frac{7^\circ\text{C}}{10^\circ\text{C}} = 0,7 = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f T)^2}} \Rightarrow \frac{1}{|G|^2} = 1 + (2\pi f T)^2$$

$$f = \frac{1}{2\pi T} \sqrt{\frac{1}{|G|^2} - 1} = \frac{1}{2\pi \cdot 16,2375} \sqrt{\frac{1}{0,7^2} - 1} = 0,01 \text{ Hz}$$

$$\text{b)} \quad \frac{1}{2} = e^{-\frac{t_{50\%}}{T}} \Rightarrow 2 = e^{\frac{t_{50\%}}{T}} \Rightarrow t_{50\%} = T \cdot \ln 2 = 16,2375 \cdot \ln 2 = 11,255$$

$$\text{m3)} \quad \epsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} = \frac{M_{s2}}{E I_b} = \frac{F(a+x)}{E \frac{b b^3}{6}} = \frac{6 F(a+x)}{E b b^3}; \epsilon_1 = \frac{6 F x}{E b b^3}$$

$$\text{b)} \quad \frac{u_D}{u_B} = \frac{K}{4} (\epsilon_2 - \epsilon_1) = \frac{K}{4} \left(\frac{6 F(a+x)}{E b b^3} - \frac{6 F x}{E b b^3} \right) = \frac{3}{2} \frac{K a}{E b b^3} \cdot F$$

c) x fehlt nicht ein $\rightarrow$ Feldbeeinfluss gleich Null

$$\text{m4)} \quad \epsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} = \frac{F}{EA} = \epsilon_x \quad \epsilon_1 = -\nu \epsilon_2 = -\nu \frac{F}{EA} = \epsilon_3$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad \frac{u_D}{u_B} &= \frac{K}{4} (\epsilon_2 + \epsilon_x - \epsilon_1 - \epsilon_3) = \frac{K}{4} \left(\frac{F}{EA} + \frac{F}{EA} - (-\nu \frac{F}{EA}) - (-\nu \frac{F}{EA}) \right) \\ &= \frac{K}{4} \frac{F}{EA} (2 + 2\nu) = \frac{K(1+\nu)}{2 EA} \cdot F \end{aligned}$$

$$m5) \frac{R_T}{R_0} = e^{B \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)} \Rightarrow B = \frac{\ln \frac{R_T}{R_0}}{\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}} = \frac{\ln \frac{3,514}{12,488}}{\frac{1}{323} - \frac{1}{293}} K = 4000 K$$

$$b) R_T = 12,488 \cdot e$$

$$= 5,220 k\Omega$$

$$c) R_T = \left(\frac{1}{3} \cdot 12,488 + \frac{2}{3} \cdot 3,514 \right) k\Omega = 6,505 k\Omega$$

$$d) \left(\frac{6,505}{5,220} - 1 \right) \cdot 100\% = 24,62\%$$

Bem.:

$$\frac{1}{3} = \frac{50-40}{50-20} = \frac{10}{30}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{40-20}{50-20} = \frac{20}{30}$$

$$m6) \hat{u}_a = \hat{u}_e \frac{2\pi f RC}{\sqrt{1 + (2\pi f RC)^2}} \quad \frac{1}{50ms} = 20Hz = f$$

$$= 1V \frac{2\pi \cdot 20 \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{1 + (2\pi \cdot 20 \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6})^2}} = 0,782 V$$

$$u_{amax} = 0,782 V$$

$$u_{amin} = -0,782 V$$

Bem.: Hochpassfilter nimmt
Konstantenanteil "weg"

$$m7) u_1 = 10V \text{ (Spannungsteiler)}$$

$$i_1 + i_2 = 0 \Rightarrow \frac{u_1}{10k\Omega} + \frac{u_2}{10k\Omega} = 0 \Rightarrow u_2 = -0,1 \cdot u_1 = -0,1 \cdot 20V = -1V$$

$$i_1 = \frac{10V}{10k\Omega} = 0,1mA \quad i_2 = -i_1 = -0,1mA$$

$$m8) a_1 = \frac{1}{32} \int_0^2 2 \cdot \cos\left(1 \cdot \frac{\pi}{32} x\right) dx = \frac{4}{3} \int_0^2 \cos\left(\frac{2\pi}{3} x\right) dx = \frac{4}{3} \left[\frac{3}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{3} x\right) \right]_0^2$$

$$= \frac{2}{\pi} \left[\sin\left(\frac{2\pi}{3} \cdot 2\right) - \underbrace{\sin(0)}_0 \right] = \frac{2}{\pi} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{\pi} \approx -0,51$$

$$b_1 = \frac{4}{3} \int_0^2 \sin\left(\frac{2\pi}{3} x\right) dx = \frac{4}{3} \left[-\frac{3}{2\pi} \cos\left(\frac{2\pi}{3} x\right) \right]_0^2 = -\frac{2}{\pi} \left[\underbrace{\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)}_{-\frac{1}{2}} - \underbrace{\cos(0)}_1 \right]$$

$$= \frac{3}{\pi} \approx 0,955$$

$$A_1 = \sqrt{\left(-\frac{\sqrt{3}}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{3}{\pi}\right)^2} = \frac{\sqrt{12}}{\pi} \approx 1,103$$