

Zur Bewertung der Aufgaben muss der gesamte Lösungsweg ersichtlich sein. Bei der ONLINE-Fassung (wegen Corona) gibt es keinen Fragenteil.

- Gedachte Bearbeitungszeit : 90 min
- Erlaubte Hilfsmittel :
 - Schreib- und Zeichengerät
 - Taschenrechner

Note : _____

Aufgabe 1 (10P)

An einem Tag etwa Mitte März 2020 gab es in Deutschland 10000 Corona-Infizierte. Damals erhöhte sich die Zahl der Infizierten täglich um 10%. Wenn y die Anzahl der Infizierten ist und x die Tage nach dem Beginn der Betrachtung, dann kann dies durch folgende Gleichung beschrieben werden:

$$y = 10000 \cdot 1,1^x = 10000 \cdot e^{x \cdot \ln(1,1)}$$

- a. Bestimmen Sie durch Einsetzen von $x = 0$ und $x = 1$ und $x = 2$, ob die Zunahme von täglich 10% stimmt!
- b. Wie viele Tage hätte es bei dem exponentiellen Wachstum gedauert, bis 40 Millionen Menschen infiziert wären?
- c. Als Ausgangspunkt für eine mögliche Fehlerfortpflanzung ist folgender Ausdruck von Interesse:

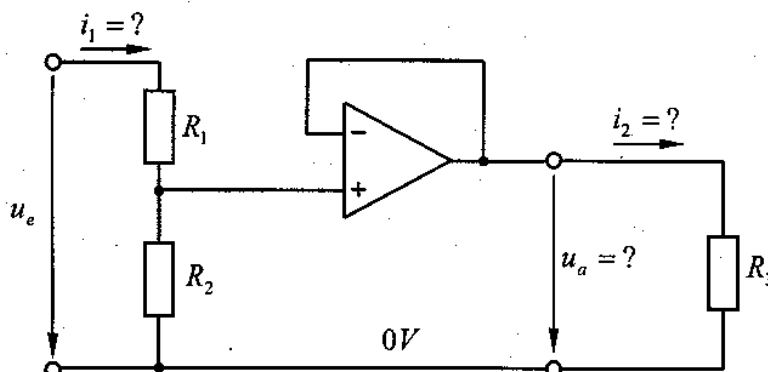
$$\Delta y = \frac{\partial y}{\partial x} \cdot \Delta x$$

$$\text{Hilfestellung: } \frac{d}{dx}(e^{a \cdot x}) = a \cdot e^{a \cdot x}$$

Bilden Sie den Ausdruck $\frac{\partial y}{\partial x}$ und bestimmen sie danach Δy numerisch für den Fall $x = 0$ und $\Delta x = 1$!

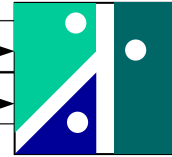
Aufgabe 2 (6P)

Ein Spannungsteiler wird hochohmig ausgetastet. Der Operationsverstärker wird mit einem Ausgangswiderstand belastet. Bestimmen Sie i_1 , u_a und i_2 !



Geg.: $u_e = 3V$; $R_1 = 20 \text{ k}\Omega$; $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$; $R_3 = 10 \text{ k}\Omega$

Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
Summe	max = 70



HS Koblenz
 FB Ingenieurwesen
 FR Maschinenbau
 © Prof. Dr. Kröber
 Messtechnik
 Prüfung 10.07.2020

Aufgabe 3 (8P)

In dieser Aufgabe sollen die unterschiedlichen Empfindlichkeiten eines Pt100 und eines NTC's untersucht werden.

- a. Ein Pt100 hat bei 0°C einen Widerstandswert von 100 Ohm. Bei welcher Temperatur [in °C] ist der Widerstand um 8% größer?

Hilfestellung: $R_\theta = R_0 \cdot (1 + \alpha_{Pt} \cdot \theta)$ wobei: $\alpha_{Pt} = 3,85 \cdot 10^{-3} 1/K = 3,85 \cdot 10^{-3} 1/^\circ C$

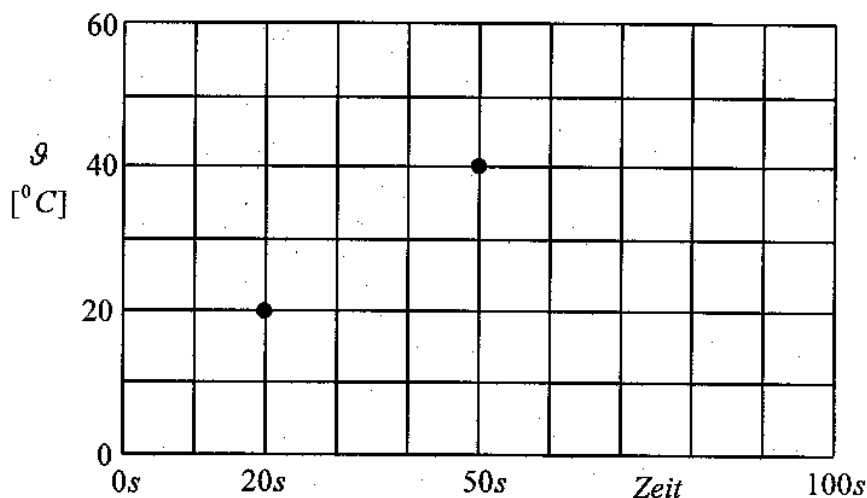
- b. Ein NTC-Widerstand hat bei 0°C einen Widerstandswert von 10 kOhm. Bei Temperaturerhöhung nimmt der Widerstand ab. Bei welcher Temperatur [in °C] ist der Widerstand 8% kleiner als der Ausgangswert bei 0°C?

Hilfestellung (in der Formel muss mit Kelvin gerechnet werden):

$R_T = R_0 \cdot e^{\frac{B}{T} - \frac{1}{T_0}}$, wobei $B = 4000 K$ Umrechnung: $\frac{\theta}{[^\circ C]} = \frac{T}{[K]} - 273,15$

Aufgabe 4 (9P)

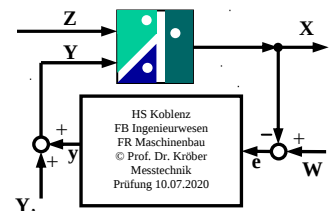
Ein Temperatursensor hat eine Zeitkonstante von $T = 20 s$. Vom Temperaturverlauf sind zwei Messpunkte bekannt. Diese beiden Messpunkte sind in der Abbildung eingetragen: 20°C zum Zeitpunkt $t = 20 sec$ und 40°C zum Zeitpunkt $t = 50 Sekunden$.



Bestimmen Sie die Temperatur θ_∞ !

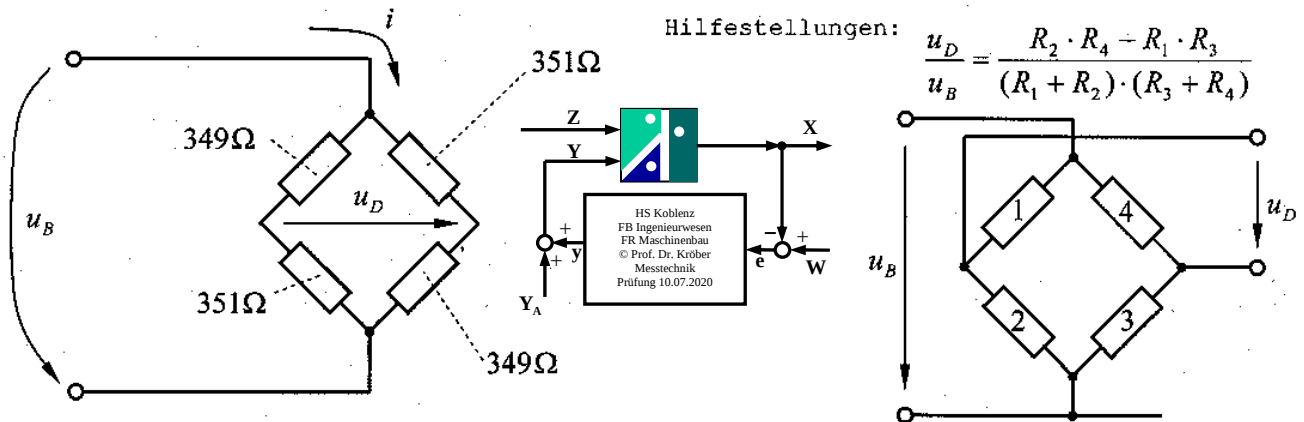
Hilfestellung:

$$\frac{\text{momentane Differenz}}{\text{Anfangsdifferenz}} = \frac{\theta_\infty - \theta}{\theta_\infty - \theta_0} = e^{-\frac{\text{Zeit}}{\text{Zeitkonstante}}}$$



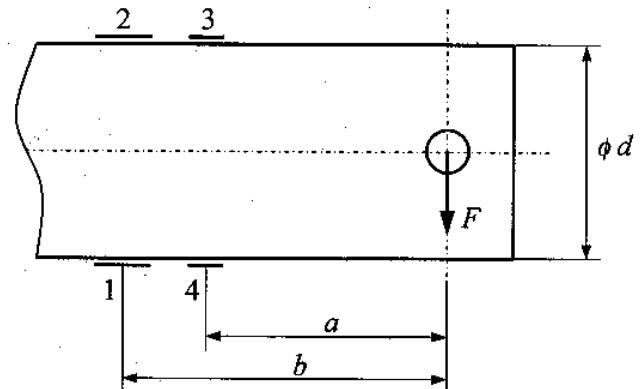
Aufgabe 5 (8P)

Bei der vorhandenen Vollbrücke beträgt die Speisespannung $u_B = 5,0 \text{ V}$. Bestimmen Sie den Strom i [in mA] sowie die Spannung u_D [in mV]!



Aufgabe 6 (13P)

Von der abgebildeten DMS-Anordnung soll eine Gleichung zwischen der Brückenverstimmung und der angreifenden Kraft ermittelt werden. Bei dem Körper handelt es sich um einen Kreisquerschnitt mit dem Durchmesser d .



Geg.: F, a, b, d, k, E, ν

- a. Bestimmen Sie formelmäßig die Dehnungen $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ und ε_4 in Abhängigkeit der gegebenen Größen!

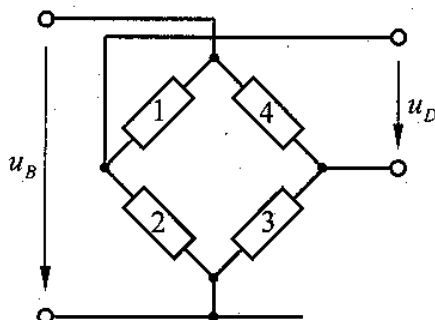
Erläuterung zur Abbildung:

DMS 1 und DMS 2 sind längs, DMS 3 und DMS 4 sind quer angeordnet.

- b. Bestimmen Sie formelmäßig die Brückenverstimmung in Abhängigkeit der gegebenen Größen!

Ziel:
$$\frac{u_D}{u_B} = f(F, a, b, d, k, E, \nu)$$

Verschiedene Formeln zum Thema DMS:



$$\frac{u_D}{u_B} = \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_2}{R} + \frac{\Delta R_4}{R} - \frac{\Delta R_1}{R} - \frac{\Delta R_3}{R} \right)$$

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon$$

$$W_b = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

$$\varepsilon_{\text{quer}} = -\nu \cdot \varepsilon_{\text{längs}}$$

- c. Bestimmen Sie die Brückenverstimmung [in mV/V] numerisch!

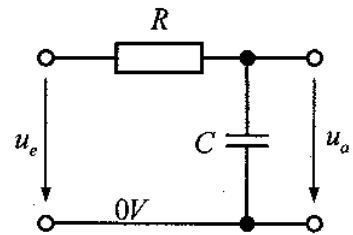
Zahlenwerte zu c:

$F = 1000 \text{ N}; a = 30 \text{ mm}; b = 40 \text{ mm}; d = 20 \text{ mm}$

$k = 2; E = 210000 \text{ N/mm}^2; \nu = 0,3$

Aufgabe 7 (7P)

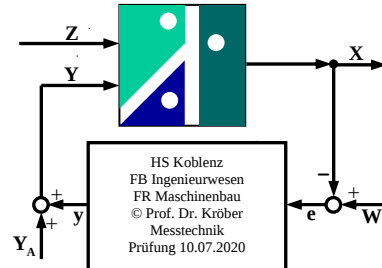
Am Eingang eines Tiefpassfilters 1. Ordnung liegt eine sinusförmige Eingangsgröße an (Signalfrequenz f). Der Spitzenwert am Eingang beträgt $\hat{u}_e$. Mit einem Multimeter wird am Ausgang ein Wert von 0,8V gemessen (Multimeter auf Schalterstellung AC). Wie groß ist der Widerstand R ?



Hilfestellung:

$$|G| = \frac{\hat{u}_a}{\hat{u}_e} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \cdot R \cdot C)^2}}$$

Geg.: $f = 100 \text{ Hz}$; $\hat{u}_e = 2,0 \text{ V}$; $C = 0,1 \text{ }\mu\text{F}$



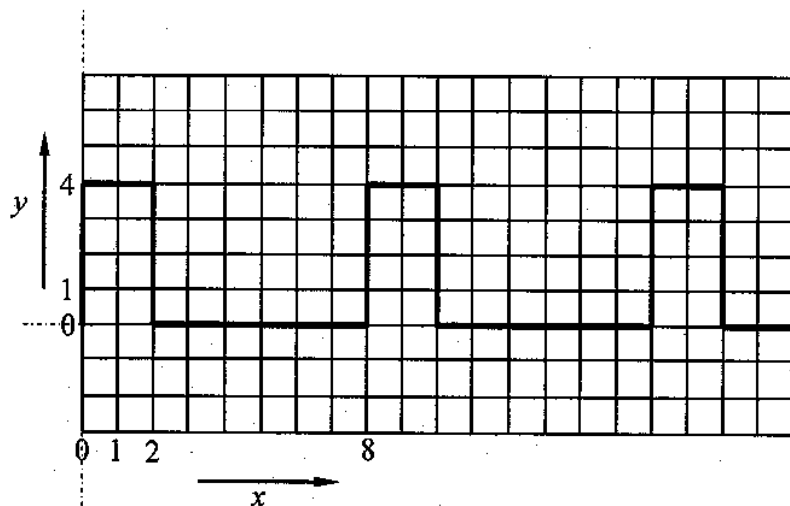
Aufgabe 8 (9P)

Bestimmen Sie von dem abgebildeten Signal die Koeffizienten a_1 und b_1 (Exakte Lösung!)

Hilfestellungen:

$$\int \sin(ax) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax) + C$$

$$\int \cos(ax) dx = \frac{1}{a} \sin(ax) + C$$



Hinweis:

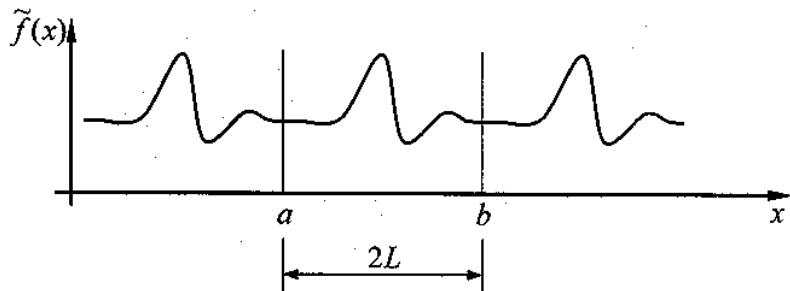
Sei $\tilde{f}(x)$ eine periodische Funktion der Periode $2L$, dann lässt sich $\tilde{f}(x)$ durch folgende Reihenentwicklung approximieren:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^n a_i \cos\left(i \frac{\pi}{L} x\right) + \sum_{i=1}^n b_i \sin\left(i \frac{\pi}{L} x\right)$$

wobei:

$$a_i = \frac{1}{L} \int_a^b \tilde{f}(x) \cos\left(i \frac{\pi}{L} x\right) dx$$

$$b_i = \frac{1}{L} \int_a^b \tilde{f}(x) \sin\left(i \frac{\pi}{L} x\right) dx$$



Prüfung Messtechnik 10.07.2020

m1, a) $x=0 : y_0 = 10000$
 $x=1 : y_1 = 11000 \quad \uparrow +10\%$
 $x=2 : y_2 = 12100 \quad \uparrow +10\% \quad (11000 \cdot 1,1 = 12100)$

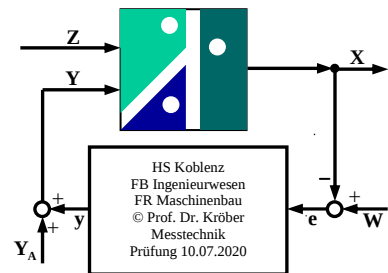
b) $40 \cdot 10^6 = 10000 \cdot e^{x \cdot \ln 1,1} \quad | \ln$
 $\ln(40 \cdot 10^6) = \ln 10000 + x \cdot \ln 1,1$
 $x = \frac{\ln(40 \cdot 10^6) - \ln(10000)}{\ln 1,1} = 87,08 \text{ Tage} \approx 87 \text{ Tage}$

c) $\frac{\partial y}{\partial x} = 10000 \cdot e^{x \ln 1,1} \cdot \ln(1,1) = 10000 \cdot 1,1^x \cdot \ln 1,1$
 $\Delta y = \frac{\partial y}{\partial x} \Delta x = 10000 \cdot \underbrace{1,1^0}_1 \cdot \ln(1,1) = \underline{953,1} \quad (\approx 1000)$

m2) $i_1 = \frac{3V}{(20+10)\Omega} = 0,1 \text{ mA}$

$u_a = R_2 \cdot i_1 = 10 \text{ k}\Omega \cdot 0,1 \text{ mA} = \underline{1V}$

$i_2 = \frac{u_a}{R_3} = \frac{1V}{10 \text{ k}\Omega} = 0,1 \text{ mA}$



m3) $R_{rel} = R_0 (1 + \alpha_{Pt} \cdot \Delta T)$

$\frac{R_{rel}}{R_0} - 1 = \alpha_{Pt} \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{1}{\alpha_{Pt}} \left(\frac{R_{rel}}{R_0} - 1 \right) = \frac{1}{3,85 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{108}{100} - 1 \right) ^\circ \text{C}$

$= \underline{20,78^\circ \text{C}}$

$R_T = R_0 \cdot e^{B \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)}$

$\ln \frac{R_T}{R_0} = B \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \Rightarrow \frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} + \frac{1}{B} \ln \frac{R_T}{R_0}$

$T = \frac{1}{\frac{1}{T_0} + \frac{1}{B} \ln \frac{R_T}{R_0}} = \frac{1}{\frac{1}{273,15} + \frac{1}{4000} \ln \frac{0,92 \cdot 10 \text{ k}\Omega}{10 \text{ k}\Omega}} \text{ K}$

$T = 274,71 \text{ K} \Rightarrow \Delta T = (274,71 - 273,15)^\circ \text{C} = \underline{1,56^\circ \text{C}}$

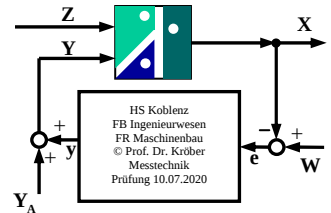
Prüfung Messtechnik 10.07.2020

$$24) \frac{n_{bo} - n_l}{n_{bo} - n_{l0}} = e^{-t/\tau}$$

$$n_{bo} - n_l = n_{bo} e^{-t/\tau} - n_{l0} e^{-t/\tau}$$

$$n_{bo}(1 - e^{-t/\tau}) = n_l - n_{l0} e^{-t/\tau}$$

$$n_{bo} = \frac{n_l - n_{l0} e^{-t/\tau}}{1 - e^{-t/\tau}} = \frac{40 - 20 e^{-\frac{30}{20}}}{1 - e^{-\frac{30}{20}}} ^\circ C = 45,74 ^\circ C$$



$$25) i = \frac{5V}{(349 + 351)\Omega} + \frac{5V}{(351 + 349)\Omega} = 14,28 \mu A$$

$$U_D = \frac{R_2 R_4 - R_1 R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} U_B = \frac{351 \cdot 351 - 349 \cdot 349}{(700) \cdot (700)} \cdot 5V = 14,28 \mu V$$

$$26) \epsilon_2 = \frac{F \cdot b}{E \pi d^3 \cdot 32} = \frac{32 \cdot F \cdot b}{E \pi d^3} \quad \epsilon_1 = -\epsilon_2 = -\frac{32 \cdot F \cdot b}{E \pi d^3}$$

$$\epsilon_3 = -\nu \epsilon_{\text{Längs}} = -\nu \frac{32 \cdot F \cdot a}{E \pi d^3} \quad \epsilon_4 = -\epsilon_3 = +\nu \frac{32 \cdot F \cdot a}{E \pi d^3}$$

$$\frac{U_D}{U_B} = \frac{1}{4} \left(\frac{32 \cdot F \cdot b}{E \pi d^3} + \nu \frac{32 \cdot F \cdot a}{E \pi d^3} - \left(-\frac{32 \cdot F \cdot b}{E \pi d^3} \right) - \left(-\nu \frac{32 \cdot F \cdot a}{E \pi d^3} \right) \right)$$

$$= \frac{1}{4} \frac{32 \cdot F}{E \pi d^3} (b + \nu \cdot a + b + \nu \cdot a)$$

$$= \frac{16 \cdot K(b + \nu a)}{E \pi d^3} F$$

$$\frac{U_D}{U_B} = \frac{16 \cdot 2 \cdot (40 + 0,3 \cdot 30)}{210000 \cdot \pi \cdot 20^3} \cdot 1000 = 0,2971 \frac{mV}{V}$$

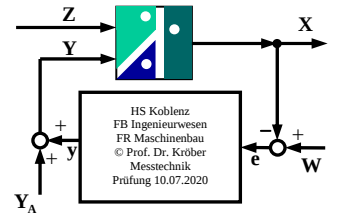
Prüfung Messtechnik 10.07.2020

$$m7) \frac{\hat{u}_a}{\hat{u}_e} = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} \Rightarrow \left(\frac{\hat{u}_e}{\hat{u}_a}\right)^2 = 1+(\omega RC)^2$$

$$\omega RC = \sqrt{\left(\frac{\hat{u}_e}{\hat{u}_a}\right)^2 - 1} ; \omega = 2\pi f$$

$$R = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} \sqrt{\left(\frac{\hat{u}_e}{\hat{u}_a}\right)^2 - 1} = \frac{1}{2\pi \cdot 100 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6}} \sqrt{\left(\frac{2}{98 \cdot \sqrt{2}}\right)^2 - 1} \cdot 2$$

$$= 23,201 \Omega$$



$$m8) 2L = b - a = 8 - 0 \Rightarrow L = 4$$

$$a_n = \frac{1}{4} \int_0^2 4 \cdot \cos\left(1 \cdot \frac{\pi}{4} x\right) dx = \int_0^2 \cos\left(\frac{\pi}{4} x\right) dx = \left[\frac{4}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{4} x\right)\right]_0^2$$

$$= \frac{4}{\pi} \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{4} \cdot 2\right)}_1 - 0 = \frac{4}{\pi} \approx 1,273$$

$$b_n = \frac{1}{4} \int_0^2 4 \cdot \sin\left(1 \cdot \frac{\pi}{4} x\right) dx = \int_0^2 \sin\left(\frac{\pi}{4} x\right) dx = \left[-\frac{4}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{4} x\right)\right]_0^2$$

$$= -\frac{4}{\pi} \underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot 2\right)}_0 + \frac{4}{\pi} \underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot 0\right)}_1 = \frac{4}{\pi} \approx 1,273$$