

Zur Bewertung der Aufgaben muss der gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

- Bearbeitungszeit : 90 min
- Erlaubte Hilfsmittel :
 - selbstständige Lösung
 - keine internetfähigen Geräte
 - keine weiteren Einschränkungen

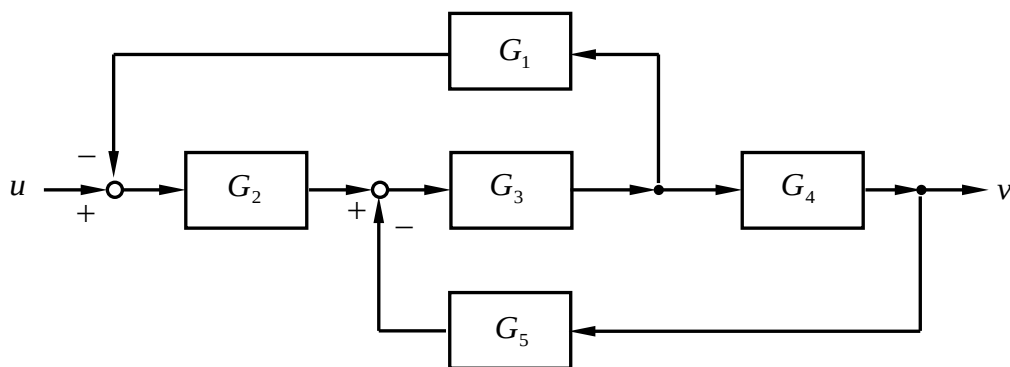
Note : _____

Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
Summe	

Aufgabe 1 (12P)

Bestimmen Sie durch Einführen von Hilfsgrößen für den abgebildeten Regelkreis den

Frequenzgang $G = \frac{v}{u}$!



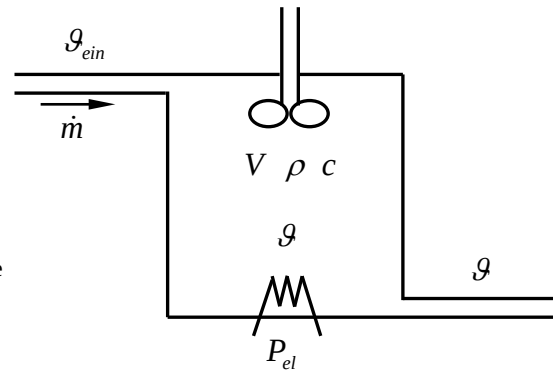
Aufgabe 2 (7P)

Die nebenstehende Abbildung zeigt ein Anlagenschema einer Warmwasseraufbereitung. Die formelmäßige Beschreibung der Energiebilanz lautet (mit weiteren ausgeführten Umformungen):

$$\underbrace{\dot{m} \cdot c \cdot \vartheta_{\text{ein}} + P_{\text{el}}}_{P_{\text{zu}}} - \underbrace{\dot{m} \cdot c \cdot \vartheta}_{P_{\text{ab}}} = \underbrace{V \cdot \rho \cdot c \cdot \frac{d\vartheta}{dt}}_{\text{zeitliche Änderung der inneren Energie}}$$

$$\dot{m} \cdot c \cdot \vartheta + V \cdot \rho \cdot c \cdot \frac{d\vartheta}{dt} = P_{\text{el}} + \dot{m} \cdot c \cdot \vartheta_{\text{ein}}$$

$$\vartheta + \frac{V \cdot \rho \cdot c}{\dot{m} \cdot c} \cdot \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{1}{\dot{m} \cdot c} P_{\text{el}} + \vartheta_{\text{ein}}$$



- Wenn sich die zugeführte elektrische Leistung von Null auf einen neuen Wert sprunghaft ändert, dann ändert sich die Temperatur ϑ nach einer E-Funktion. Wie groß ist die Zeitkonstante T dieser E-Funktion [in sec]?
- Um wie viel Grad Celsius ändert sich die Temperatur ϑ für große Zeiten infolge der Änderung der elektrischen Heizleistung?

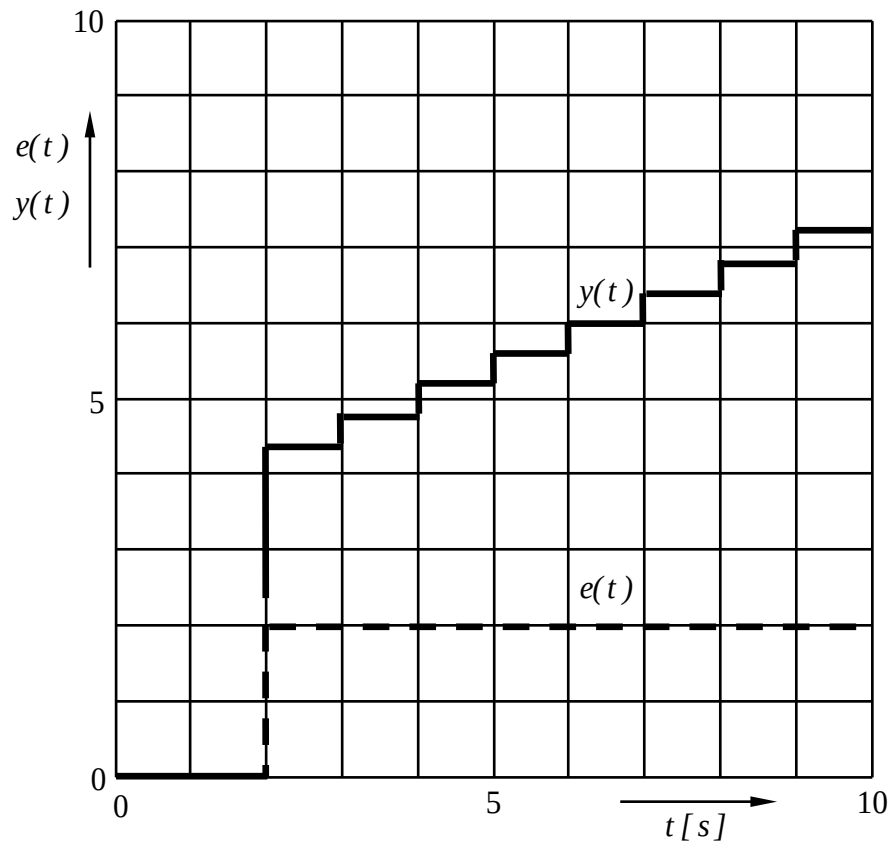
Eine Auswahl an Zahlenwerten zur Lösung:

$$V = 0,05 \text{ m}^3 ; \rho = 1000 \text{ kg/m}^3 ; c = 4000 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{s}} ; \dot{m} = 2 \text{ kg/s} ; P_{\text{el}} = 2000 \text{ W}$$

Aufgabe 3 (14P)

Aus der gegebenen Sprungantwort eines Reglers sollen die Reglerparameter K_p , T_n und T_v bestimmt werden. Gegeben ist ein Zeitschritt von $\Delta t = 1,0$ s.

$$y_i = y_{i-1} + K_p \cdot \left[\left(1 + \frac{\Delta t}{T_n} + \frac{T_v}{\Delta t} \right) \cdot e_i - \left(1 + 2 \cdot \frac{T_v}{\Delta t} \right) \cdot e_{i-1} + \frac{T_v}{\Delta t} \cdot e_{i-2} \right]$$

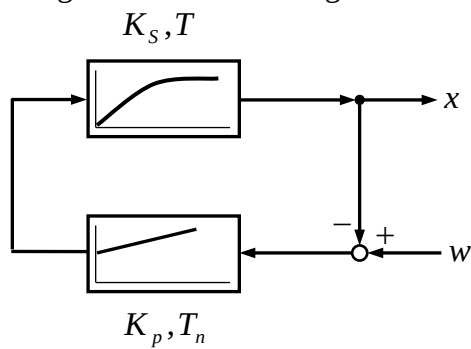


alternativ ein Teil als Zahlenwerte:

i	0	1	2	3	4	5	6
e_i	0	0	2	2	2	2	2
y_i	0	0	4,4	4,8	5,2	5,6	6

Aufgabe 4 (15P)

Eine Regelstrecke 1. Ordnung wird mit einem PI-Regler geregelt.



$$G_S = \frac{K_S}{1 + j\omega T}$$

$$G_W = \frac{G_R \cdot G_S}{1 + G_R \cdot G_S}$$

$$G_R = K_P \cdot \left(1 + \frac{1}{T_n \cdot j\omega}\right)$$

- Entwickeln Sie aus dem Führungsfrequenzgang eine Gleichung für den Dämpfungsgrad $\mathcal{D}$!
- Geben Sie eine Gleichung für die Reglereinstellung insbesondere der Nachstellzeit an. Dabei ist das Verhältnis T_n/T abhängig von der Kreisverstärkung $K_p \cdot K_s$ und dem Dämpfungsgrad $\mathcal{D}$ anzugeben.

Ziel: $\frac{T_n}{T} = f(K_p \cdot K_s, \mathcal{D})$

Aufgabe 5 (10P)

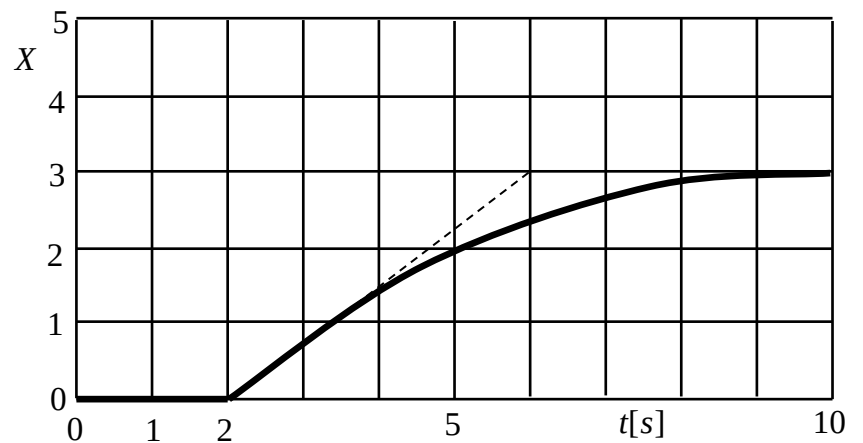
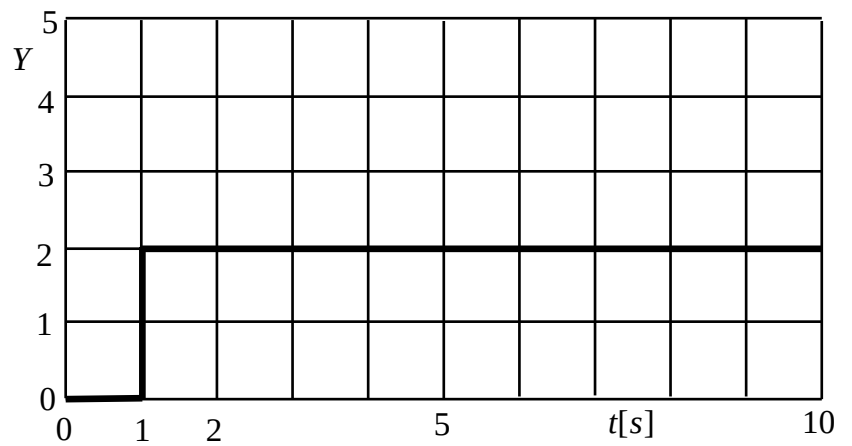
Die Abbildung zeigt die Sprungantwort einer Regelstrecke. Bestimmen Sie daraus die Reglereinstellungsparameter für einen PID-Regler!

Auszug aus den Einstellregeln:

$$K_p = \frac{0,6}{K_s} \cdot \frac{T_g}{T_u}$$

$$T_n = 1 \cdot T_g$$

$$T_v = 0,5 \cdot T_u$$



Aufgabe 6 (14P)

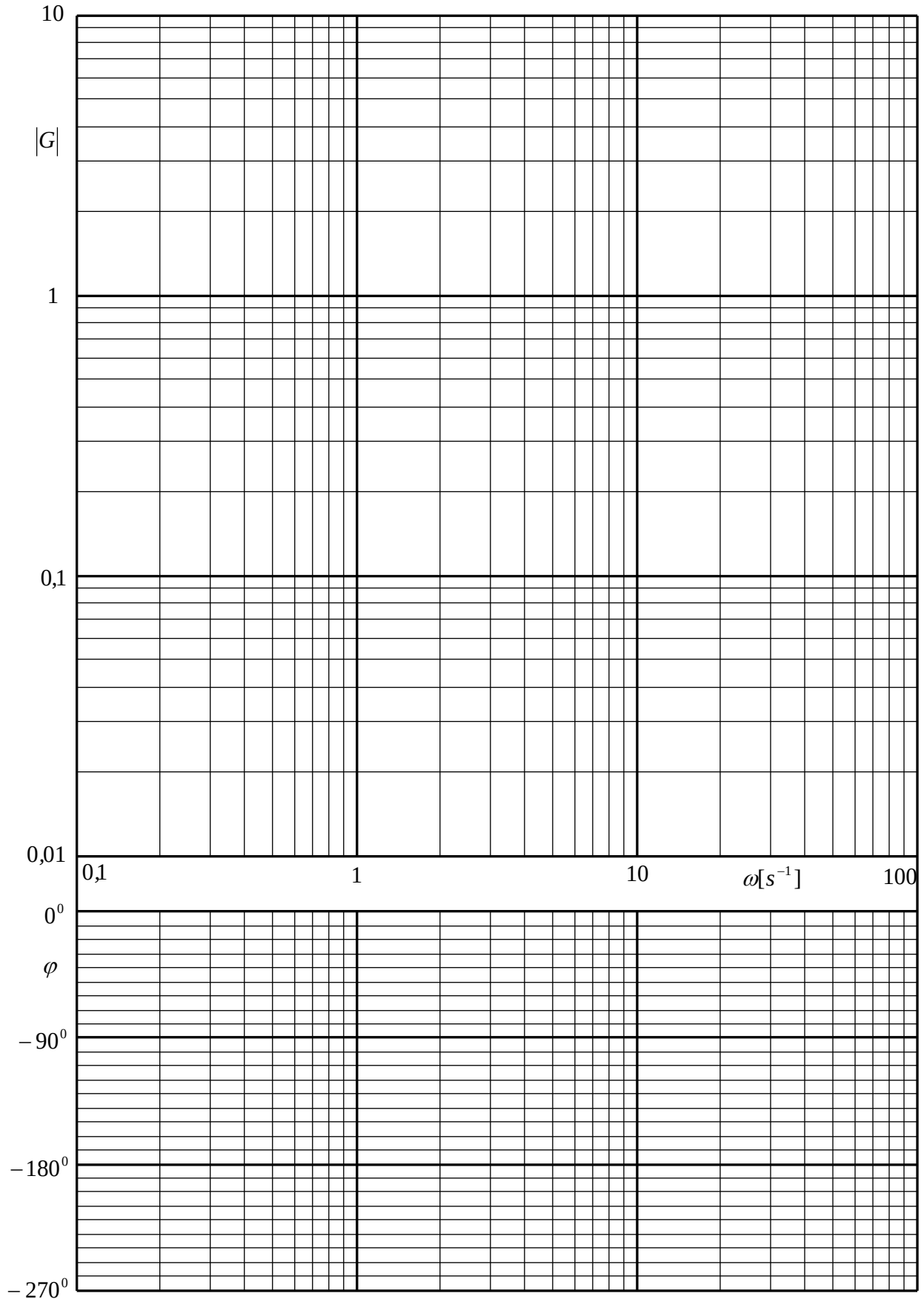
Eine Regelstrecke besteht aus einem PT₁-Glieder und einer Totzeit. Tragen Sie die Regelstrecke ins Bode-Diagramm ein und bestimmen Sie $K_{p \text{ krit}}$ und T_{krit} sowie die Einstellwerte für einen PID-Regler!

Geg.: $K_S = 3$; $T = 2 \text{ s}$; $T_t = 1 \text{ s}$

$$G_{\text{Strecke}} = \frac{K_S}{1 + j\omega T} \cdot e^{-j\omega T_t}$$

$$\omega_{\text{krit}} = \frac{2 \cdot \pi}{T_{\text{krit}}}$$

Ziegler/Nichols: $K_p = 0,6 \cdot K_{p \text{ krit}}$ $T_n = 0,5 \cdot T_{\text{krit}}$ $T_V = 0,12 \cdot T_{\text{krit}}$

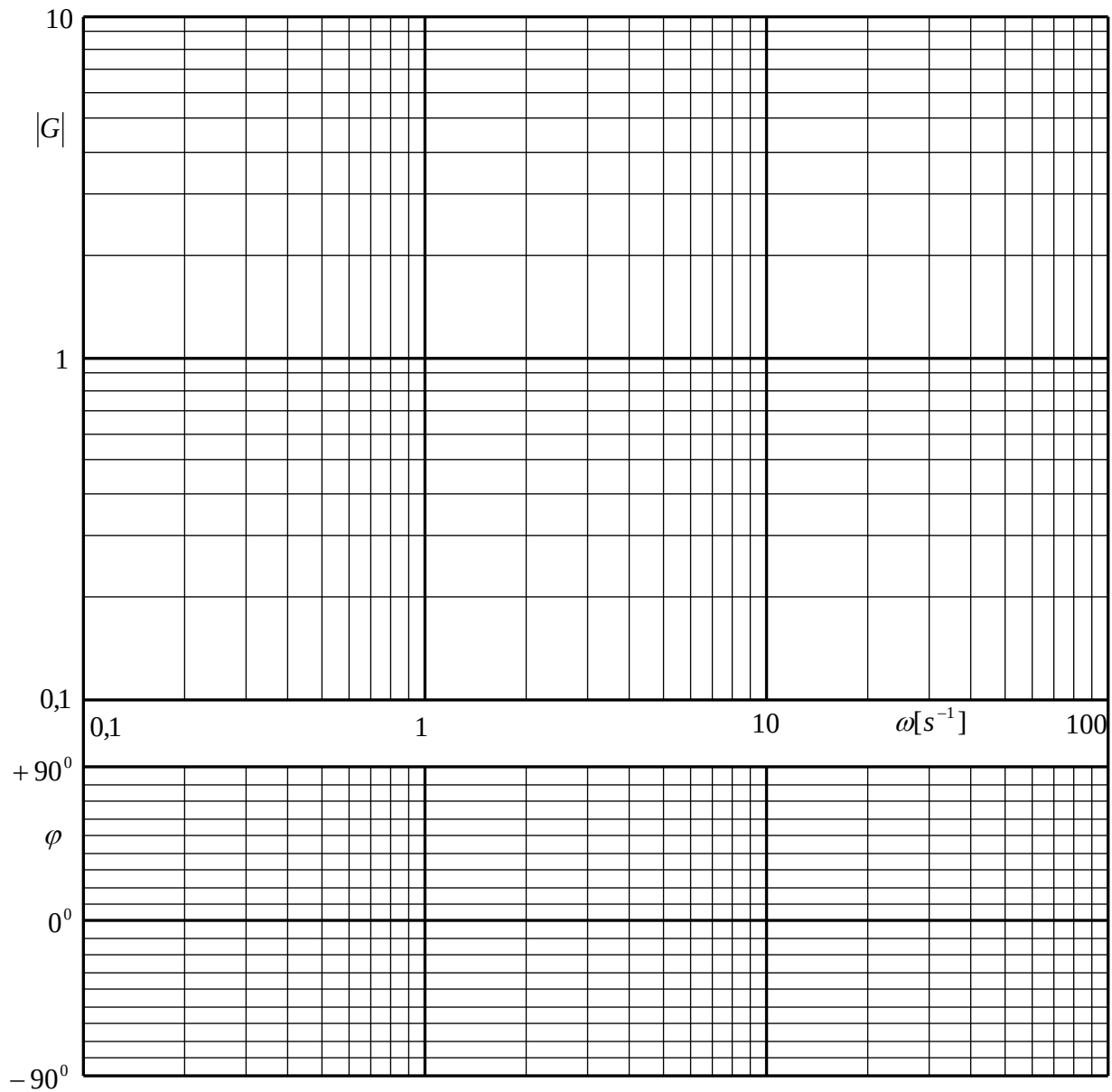


Aufgabe 7 (14P)

Der angegebene Frequenzgang besteht aus 2 elementaren Übertragungselementen. Tragen Sie die beiden Übertragungselemente und den Gesamtfrequenzgang ins Bode-Diagramm ein (Betrag und Phasengang)!

Zahlenwerte: $K_1 = 2$; $T_1 = 2$ s; $K_2 = 0,2$; $T_2 = 0,125$ s

$$G = K_1 \left(1 + \frac{1}{j\omega \cdot T_1}\right) \cdot K_2 (1 + j\omega \cdot T_2)$$



Ausgabe 8 (14P)

Der angegebene Frequenzgang besteht aus 2 elementaren Übertragungselementen.

$$G = K_1 \left(1 + \frac{1}{j\omega \cdot T_1}\right) \cdot K_2 (1 + j\omega \cdot T_2)$$

Zahlenwerte: $K_1 = 2$; $T_1 = 2$ s; $K_2 = 0,2$; $T_2 = 0,125$ s

Bestimmen Sie rechnerisch den Betrag ($|G_{\text{ges}}|$) und den Phasenwinkel (φ_{ges}) für $\omega = 2\text{s}^{-1}$!

Hilfestellungen: Betrag eines Bruches = Betrag des Zählers dividiert durch Betrag des Nenners

$$\text{Betrag} = \sqrt{(\text{Re})^2 + (\text{Im})^2}$$

$$\text{PI: } \tan(\varphi) = - \frac{1}{\omega \cdot T} = - \frac{1}{\omega \cdot T_n}$$

$$\text{PD: } \tan(\varphi) = \omega \cdot T = \omega \cdot T_v$$

Zur Bewertung der Aufgaben muss der gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

- Bearbeitungszeit : 90 min
- Erlaubte Hilfsmittel :
 - selbstständige Lösung
 - keine internetfähigen Geräte
 - keine weiteren Einschränkungen

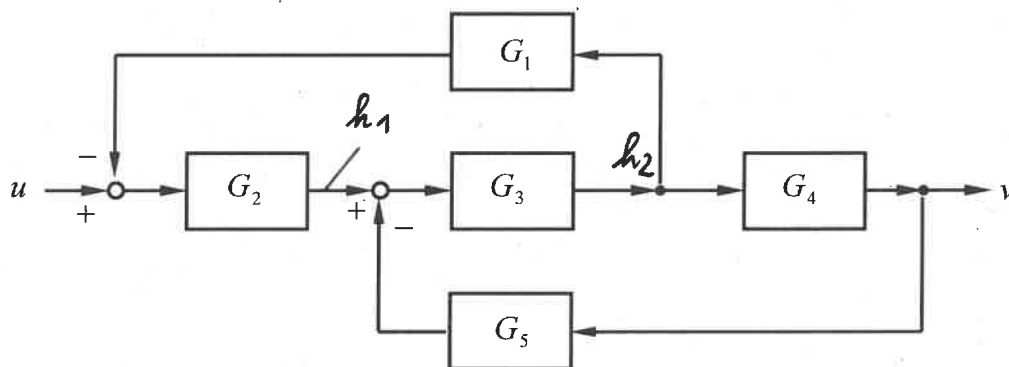
Note : _____

Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
Summe	

Aufgabe 1 (12P)

Bestimmen Sie durch Einführen von Hilfsgrößen für den abgebildeten Regelkreis den

Frequenzgang $G = \frac{v}{u}$!



$$h_1 = G_2 (u - G_1 \cdot h_2) \quad h_2 = G_3 (h_1 - G_5 \cdot v) \quad v = G_4 \cdot h_2$$

$$\dots \leftarrow h_2 = \frac{v}{G_4}$$

$$\frac{h_2}{G_4} = G_3 \left(G_2 \left(u - G_1 \cdot \frac{h_2}{G_4} \right) - G_5 \cdot v \right) \cdot G_4$$

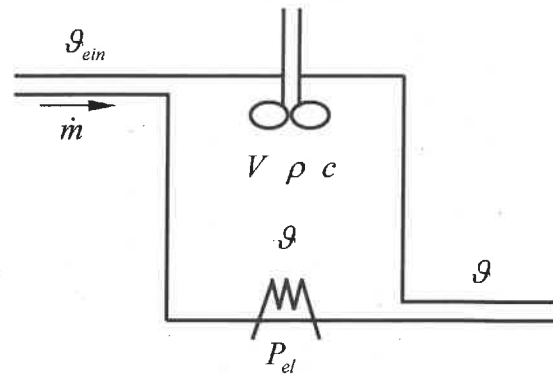
$$v = G_3 (G_2 (u \cdot G_4 - G_1 \cdot v) - G_4 G_5 \cdot v)$$

$$v (1 + G_1 G_2 G_3 + G_3 G_4 G_5) = G_2 G_3 G_4 \cdot u$$

$$G = \frac{v}{u} = \frac{v}{u} = \frac{G_2 G_3 G_4}{1 + G_3 (G_1 G_2 + G_4 G_5)}$$

Aufgabe 2 (7P)

Die nebenstehende Abbildung zeigt ein Anlagenschema einer Warmwasseraufbereitung. Die formelmäßige Beschreibung der Energiebilanz lautet (mit weiteren ausgeführten Umformungen):



$$\underbrace{\dot{m} \cdot c \cdot \vartheta_{ein}}_{P_{zu}} + \underbrace{P_{el}}_{P_{ab}} - \underbrace{\dot{m} \cdot c \cdot \vartheta}_{\text{zeitliche Änderung der inneren Energie}} = V \cdot \rho \cdot c \cdot \frac{d\vartheta}{dt}$$

$$\dot{m} \cdot c \cdot \vartheta + V \cdot \rho \cdot c \cdot \frac{d\vartheta}{dt} = P_{el} + \dot{m} \cdot c \cdot \vartheta_{ein}$$

$$\vartheta + \underbrace{\frac{V \cdot \rho \cdot c}{\dot{m} \cdot c}}_T \cdot \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{1}{\dot{m} \cdot c} P_{el} + \vartheta_{ein}$$

- Wenn sich die zugeführte elektrische Leistung von Null auf einen neuen Wert sprungförmig ändert, dann ändert sich die Temperatur ϑ nach einer E-Funktion. Wie groß ist die Zeitkonstante T dieser E-Funktion [in sec]?
- Um wie viel Grad Celsius ändert sich die Temperatur ϑ für große Zeiten infolge der Änderung der elektrischen Heizleistung?

Eine Auswahl an Zahlenwerten zur Lösung:

$$V = 0,05 \text{ m}^3 ; \rho = 1000 \text{ kg/m}^3 ; c = 4000 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{s}} ; \dot{m} = 2 \text{ kg/s} ; P_{el} = 2000 \text{ W}$$

$$a) T = \frac{V \cdot \rho \cdot c}{\dot{m} \cdot c} = \frac{0,05 \cdot 1000}{2} \text{ s} = 25 \text{ s}$$

$$b) \vartheta + \frac{V \cdot \rho \cdot c}{\dot{m} \cdot c} \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{1}{\dot{m} \cdot c} P_{el} + \vartheta_{ein}$$

$\xrightarrow{\text{für } t \rightarrow \infty} \rightarrow 0$

verbleibt:

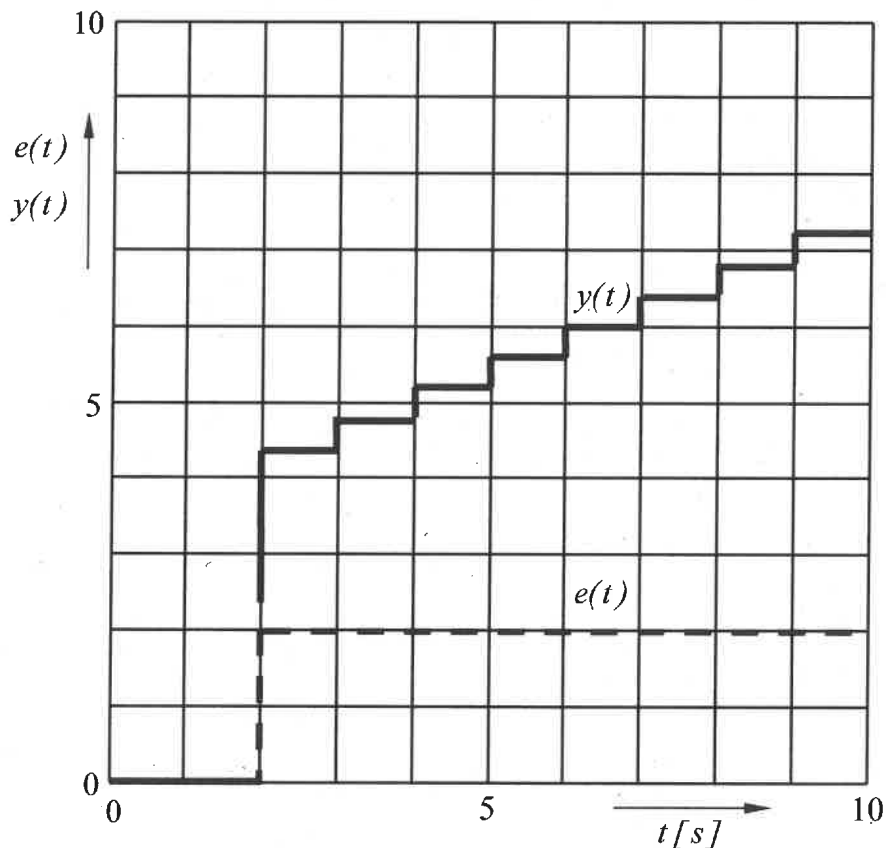
$$\vartheta = \frac{1}{\dot{m} \cdot c} P_{el} = \frac{1}{2 \cdot 4000} \cdot 2000 \text{ } ^\circ\text{C} = 0,25 \text{ } ^\circ\text{C}$$

andere hier nicht relevante Eingangsgröße

Aufgabe 3 (14P)

Aus der gegebenen Sprungantwort eines Reglers sollen die Reglerparameter K_p , T_n und T_v bestimmt werden. Gegeben ist ein Zeitschritt von $\Delta t = 1,0$ s.

$$y_i = y_{i-1} + K_p \cdot \left[\left(1 + \frac{\Delta t}{T_n} + \frac{T_v}{\Delta t} \right) \cdot e_i - \left(1 + 2 \cdot \frac{T_v}{\Delta t} \right) \cdot e_{i-1} + \frac{T_v}{\Delta t} \cdot e_{i-2} \right]$$



alternativ ein Teil als Zahlenwerte:

i	0	1	2	3	4	5	6
e_i	0	0	2	2	2	2	2
y_i	0	0	4,4	4,8	5,2	5,6	6

$T_v = 0$ (keine „D-Spitze“ im Signalverlauf)

$$y_i = y_{i-1} + K_p \left(1 + \frac{\Delta t}{T_n} \right) e_i - K_p e_{i-1}$$

$$i=2: 4,4 = 0 + K_p \left(1 + \frac{\Delta t}{T_n} \right) 2 - 0 \Rightarrow K_p \left(1 + \frac{\Delta t}{T_n} \right) 2 = 4,4$$

$$i=3: 4,8 = 4,4 + K_p \left(1 + \frac{\Delta t}{T_n} \right) 2 - K_p \cdot 2 \Rightarrow K_p \left(1 + \frac{\Delta t}{T_n} \right) 2 = 4,8 - 4,4 + 2 \cdot K_p$$

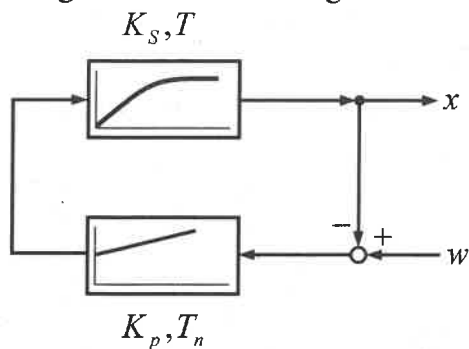
$$4,4 = 4,8 - 4,4 + 2 \cdot K_p \quad \left. \begin{array}{l} \\ 4 = 2 \cdot K_p \Rightarrow K_p = 2 \end{array} \right\} \text{dann: } K_p \left(1 + \frac{\Delta t}{T_n} \right) 2 = 4,4$$

$$2 \left(1 + \frac{1s}{T_n} \right) \cdot 2 = 4,4 \Rightarrow T_n = 10s$$

Bemerkung: Im Grunde sind es zwei Gleichungen mit 2 Unbekannten. Jede richtige Lösung führt zum Ziel.

Aufgabe 4 (15P.)

Eine Regelstrecke 1. Ordnung wird mit einem PI-Regler geregelt.



$$G_S = \frac{K_S}{1 + j\omega T}$$

$$G_W = \frac{G_R \cdot G_S}{1 + G_R \cdot G_S}$$

$$G_R = K_P \cdot \left(1 + \frac{1}{T_n \cdot j\omega}\right)$$

- Entwickeln Sie aus dem Führungsfrequenzgang eine Gleichung für den Dämpfungsgrad ϑ !
- Geben Sie eine Gleichung für die Reglereinstellung insbesondere der Nachstellzeit an. Dabei ist das Verhältnis T_n/T abhängig von der Kreisverstärkung $K_p \cdot K_s$ und dem Dämpfungsgrad ϑ anzugeben.

$$\text{Ziel: } \frac{T_n}{T} = f(K_p \cdot K_s, \vartheta)$$

$$\begin{aligned} G_W &= \frac{K_p \left(1 + \frac{1}{T_n j\omega}\right) \frac{K_s}{1 + j\omega T}}{1 + K_p \left(1 + \frac{1}{T_n j\omega}\right) \frac{K_s}{1 + j\omega T}} \cdot \frac{T_n j\omega (1 + j\omega T)}{T_n j\omega (1 + j\omega T)} \\ &= \frac{K_p (1 + T_n j\omega) \cdot K_s}{T_n j\omega (1 + j\omega T) + K_p (1 + T_n j\omega) K_s} = \frac{\dots}{T_n j\omega + T_n T (j\omega)^2 + K_p K_s + K_p K_s T_n (j\omega)} \cdot \frac{1}{T_n T} \\ &= \frac{\dots}{(j\omega)^2 + (j\omega) \frac{T_n (1 + K_p K_s)}{T_n T} + \frac{K_p K_s}{T_n T}} \\ &= \frac{1 + K_p K_s}{2 \cdot T} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{K_p K_s}{T_n T}}} = \frac{1 + K_p K_s}{2 \sqrt{K_p K_s}} \cdot \sqrt{\frac{T_n}{T}} \\ \frac{2 \eta \sqrt{K_p K_s}}{1 + K_p K_s} &= \sqrt{\frac{T_n}{T}} \Rightarrow \frac{T_n}{T} = (2 \eta)^2 \frac{K_p K_s}{(1 + K_p K_s)^2} \end{aligned}$$

Aufgabe 5 (10P)

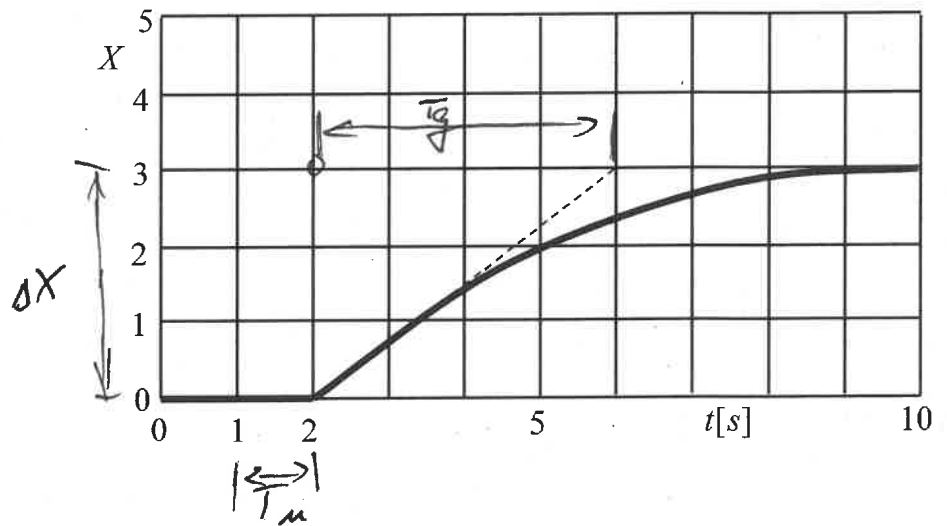
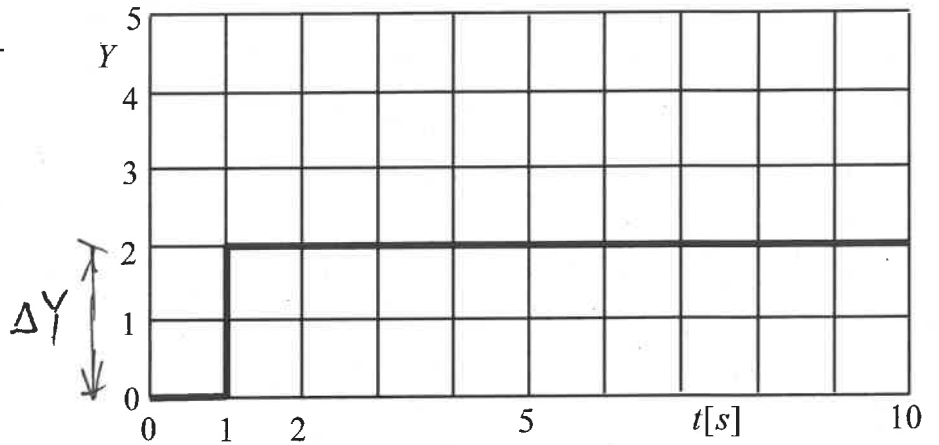
Die Abbildung zeigt die Sprungantwort einer Regelstrecke. Bestimmen Sie daraus die Reglereinstellungsparameter für einen PID-Regler!

Auszug aus den Einstellregeln:

$$K_p = \frac{0,6}{K_S} \cdot \frac{T_g}{T_u}$$

$$T_n = 1 \cdot T_g$$

$$T_v = 0,5 \cdot T_u$$



$$T_m = 1,5 ; T_g = 4,5$$

$$K_S = \frac{\Delta X}{\Delta Y} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$K_p = \frac{0,6 \cdot 4}{1,5 \cdot 1} = 1,6$$

$$T_n = 1 \cdot T_g = 1 \cdot 4,5 = 4,5$$

$$T_v = 0,5 \cdot T_m = 0,5 \cdot 1,5 = 0,75$$

Aufgabe 6 (14P)

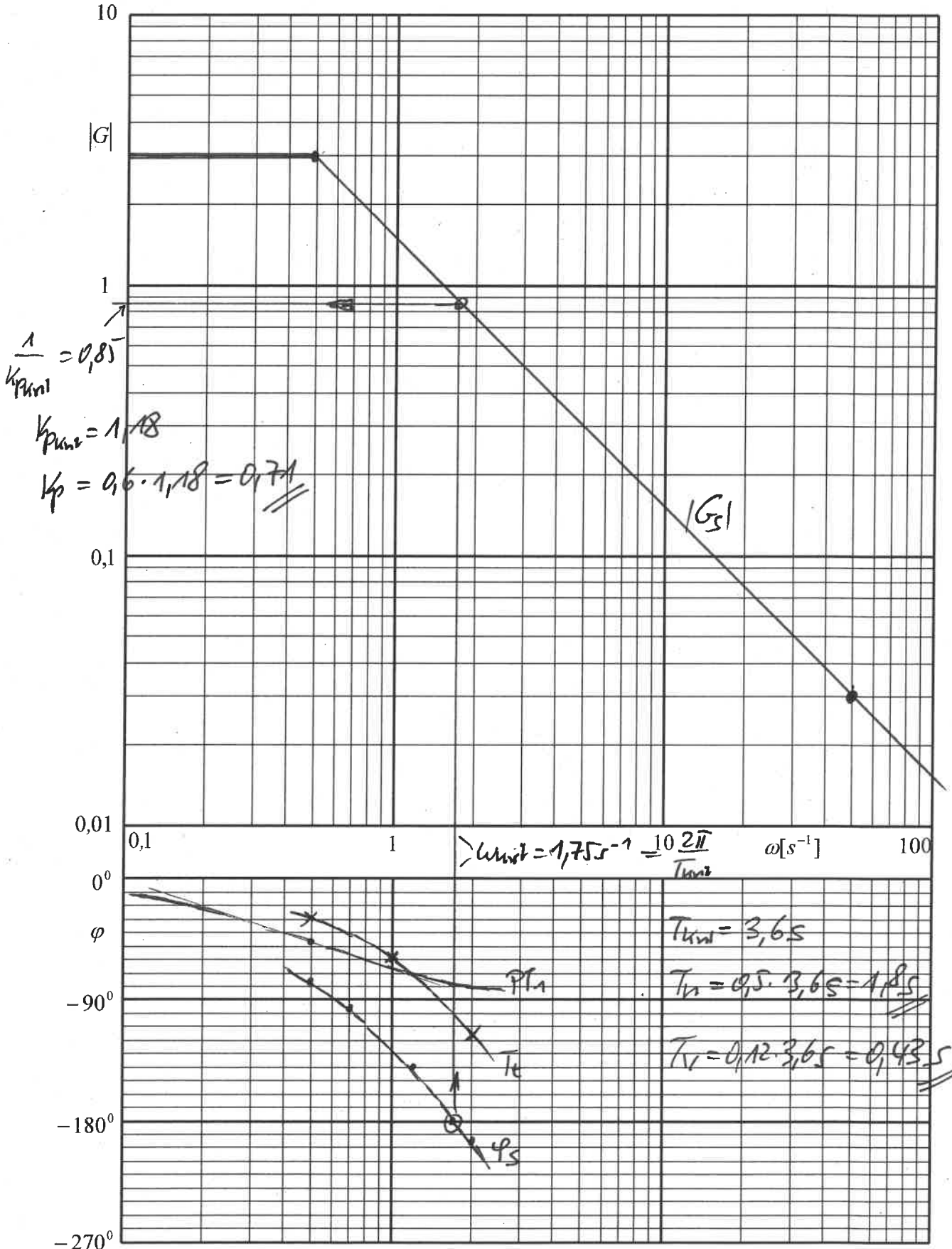
Eine Regelstrecke besteht aus einem PT₁-Glied und einer Totzeit. Tragen Sie die Regelstrecke ins Bode-Diagramm ein und bestimmen Sie K_{p krit} und T_{krit} sowie die Einstellwerte für einen PID-Regler!

Geg.: K_S = 3; T = 2 s; T_i = 1 s

$$G_{Strecke} = \frac{K_S}{1 + j\omega T} \cdot e^{-j\omega T_i}$$

$$\omega_{krit} = \frac{2 \cdot \pi}{T_{krit}}$$

Ziegler/Nichols: K_p = 0,6 · K_{p krit} T_n = 0,5 · T_{krit} T_v = 0,12 · T_{krit}

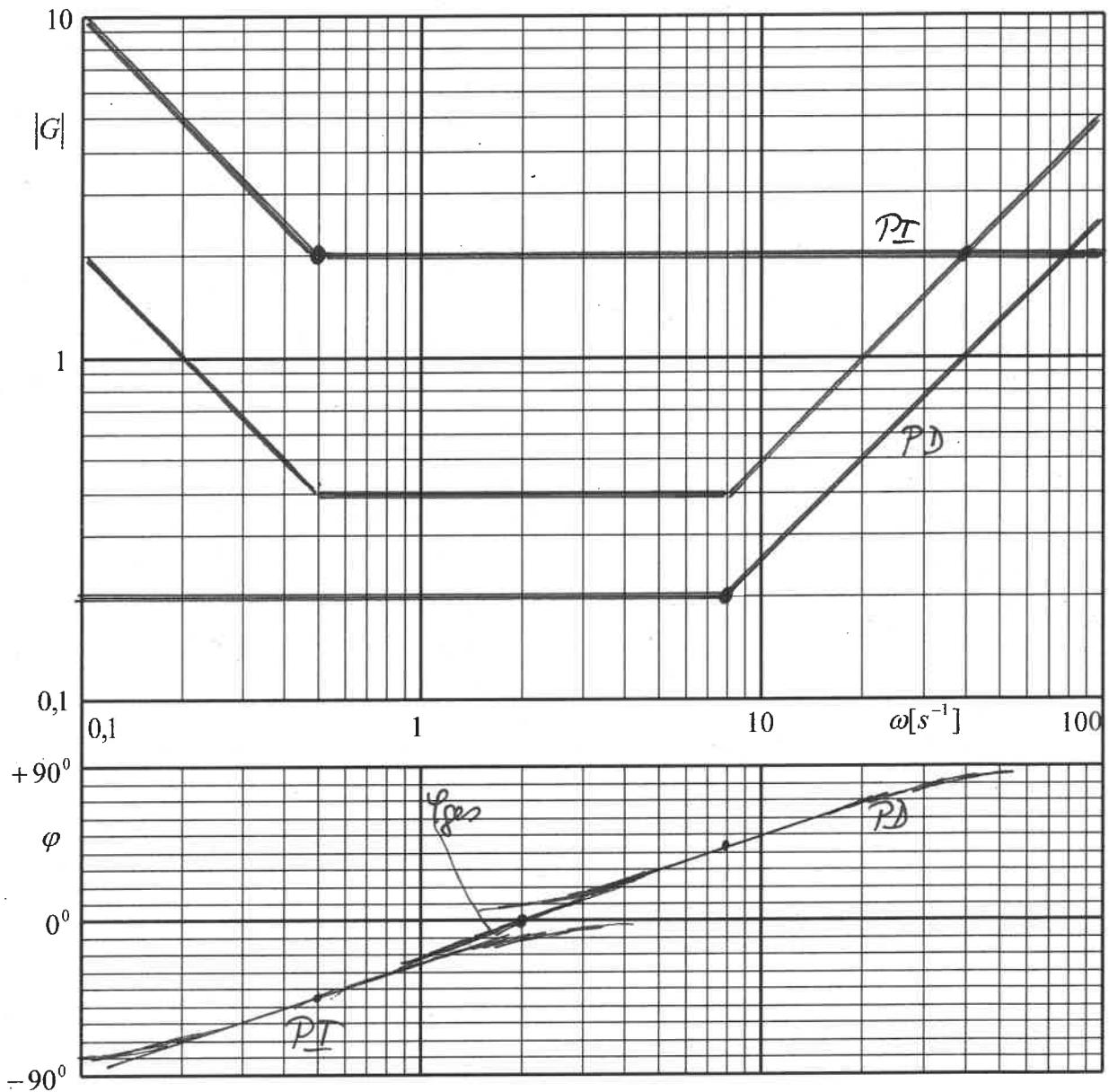


Aufgabe 7 (14P)

Der angegebene Frequenzgang besteht aus 2 elementaren Übertragungselementen. Tragen Sie die beiden Übertragungselemente und den Gesamtfrequenzgang ins Bode-Diagramm ein (Betrag und Phasengang)!

Zahlenwerte: $K_1 = 2$; $T_1 = 2$ s; $K_2 = 0,2$; $T_2 = 0,125$ s

$$G = K_1 \left(1 + \frac{1}{j\omega \cdot T_1}\right) \cdot K_2 (1 + j\omega \cdot T_2)$$



Ausgabe 8 (14P)

Der angegebene Frequenzgang besteht aus 2 elementaren Übertragungselementen.

$$G = K_1 \left(1 + \frac{1}{j\omega \cdot T_1} \right) \cdot K_2 (1 + j\omega \cdot T_2)$$

Zahlenwerte: $K_1 = 2$; $T_1 = 2$ s; $K_2 = 0,2$; $T_2 = 0,125$ s

Bestimmen Sie rechnerisch den Betrag ($|G_{ges}|$) und den Phasenwinkel (φ_{ges}) für $\omega = 2$ s⁻¹ !

Hilfestellungen: Betrag eines Bruches = Betrag des Zählers dividiert durch Betrag des Nenners

$$\text{Betrag} = \sqrt{(\text{Re})^2 + (\text{Im})^2}$$

$$\text{PI: } \tan(\varphi) = - \frac{1}{\omega \cdot T} = - \frac{1}{\omega \cdot T_n}$$

$$\text{PD: } \tan(\varphi) = \omega \cdot T = \omega \cdot T_v$$

$$G_1 = K_1 \left(1 + \frac{1}{j\omega T_1} \right) \rightarrow |G_1| = K_1 \sqrt{1 + \frac{1}{(\omega T_1)^2}}$$
$$= 2 \sqrt{1 + \frac{1}{(2 \cdot 2)^2}} = 2,0616$$

$$G_2 = K_2 (1 + j\omega T_2) \Rightarrow |G_2| = K_2 \sqrt{1 + (\omega T_2)^2}$$
$$= 0,2 \sqrt{1 + (2 \cdot 0,125)^2} = 0,20616$$

$$|G_{ges}| = |G_1| \cdot |G_2| = 2,0616 \cdot 0,20616 = 0,4250 //$$

$$\tan \varphi_1 = - \frac{1}{2 \cdot 2} \Rightarrow \varphi_1 = -14,036^\circ$$

$$\tan \varphi_2 = 2 \cdot 0,125 \Rightarrow \varphi_2 = +14,036^\circ$$

$$\varphi_{ges} = \varphi_1 + \varphi_2 = 000 = 0^\circ //$$