

PTM - Messtechnik SS 2026
Prof. Dr. Wolfgang Kröber

Zur Bewertung der Aufgaben muss der
gesamte Lösungsweg ersichtlich sein.

- Bearbeitungszeit : 90 min
- Erlaubte Hilfsmittel :
 - selbstständige Lösung
 - keine internetfähigen Geräte
 - keine weiteren Einschränkungen

Note : _____

Aufgabe	erreichte Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
Summe	

Aufgabe 1 (14P)

Es soll der Fehler untersucht werden, den die Ausgangsgröße y in Abhängigkeit der Einflussgrößen a und b annehmen kann.

$$y = a \cdot b^2$$

- a. Bestimmen Sie den maximalen Fehler Δy und den relativen Fehler $\Delta y / y$ [in %] der Ausgangsgröße y , wenn $a = 4$ und $b = 5$ beträgt. Die maximalen Fehler der Eingangsgrößen betragen $\Delta a = 0,05$ und $\Delta b = 0,1$. Es wird nur die numerische Lösung gefordert.

Hilfestellung zu a: $\Delta y = \frac{\partial y}{\partial a} \cdot \Delta a + \frac{\partial y}{\partial b} \cdot \Delta b$ oder auch $\Delta y = \left| \frac{\partial y}{\partial a} \cdot \Delta a \right| + \left| \frac{\partial y}{\partial b} \cdot \Delta b \right|$

- b. Bestimmen Sie die Standardabweichung S_y und die relative Standardabweichung S_y / y [in %] der Ausgangsgröße y , falls die unten stehenden Werte gegeben sind. Auch hier wird nur die numerische Lösung gefordert.

$$a = \bar{a} = 4; b = \bar{b} = 5; S_a = 0,05; S_b = 0,1$$

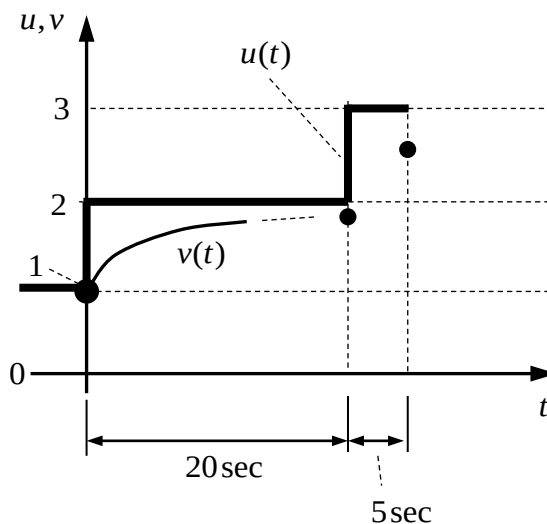
Hilfestellung zu b: $S_y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial a} \cdot S_a\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial b} \cdot S_b\right)^2}$

Aufgabe 2 (13P)

Im Folgenden wird ein Messsystem mit Verzögerung 1. Ordnung untersucht.

$$v + T \cdot \frac{dv}{dt} = u$$

Der Verlauf der Eingangsgröße u ist in der Skizze eingetragen. Die Eingangsgröße war in der Vergangenheit lange Zeit auf dem Wert $u = 1$. Dann geht der Wert für 20 Sekunden auf den Wert $u = 2$ und danach noch auf den Wert $u = 3$. Die Anfangsbedingung für die Ausgangsgröße ist $v = 1$ (für $t = 0$), dicker schwarzer Punkt. Danach steigt die Ausgangsgröße an. Die Zeitkonstante T beträgt $T = 10$ Sekunden.



$$\frac{\text{momentane Differenz}}{\text{Anfangsdifferenz}} = e^{-\frac{\text{Zeit}}{\text{Zeitkonstante}}}$$

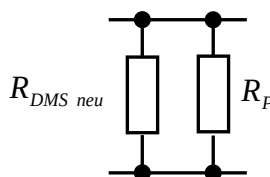
- Welchen Wert hat die Ausgangsgröße nach 20 Sekunden (mittlerer schwarzer Punkt)?
- Welchen Wert hat die Ausgangsgröße nach weiteren 5 Sekunden (rechter schwarzer Punkt)?

Aufgabe 3 (12P)

Ein DMS (Nennwiderstand 120Ω) wird längs auf einem Zugstab appliziert. Zunächst ist der Zugstab entlastet. Der DMS hat einen Widerstand von 120Ω ($= R_{\text{DMS alt}}$). Dann wirkt im Zugstab eine Zugkraft und die Zugspannung beträgt $126,15 \text{ N/mm}^2$. Durch die Längung des Zugstabes steigt der Widerstand des DMS an um den Wert ΔR .

Geg.: $k = 2$; $E = 210000 \text{ N/mm}^2$ Hilfestellung: $\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon$

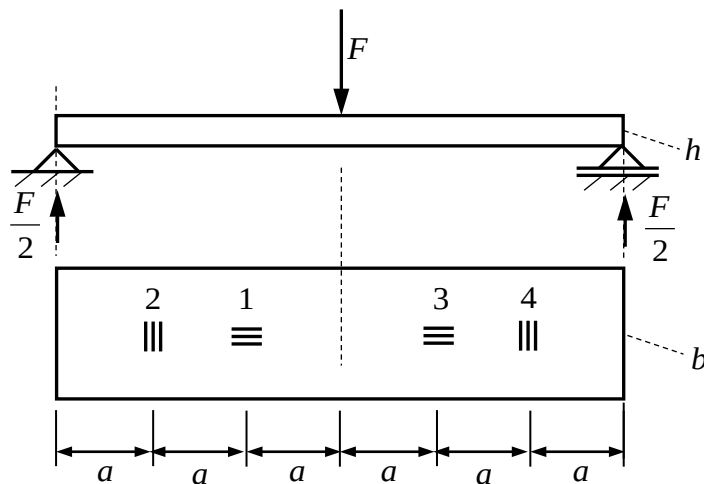
- Wie groß ist der Wert ΔR und wie groß ist neue Widerstand des DMS ($R_{\text{DMS neu}} = R_{\text{DMS alt}} + \Delta R$)?
- Im Folgenden wird dem DMS (weiter gelängt auf dem Zugstab) ein Widerstand R_P parallel geschaltet. Dadurch sinkt der Gesamtwiderstand R_{ges} (Gesamtwiderstand von $R_{\text{DMS neu}}$ und R_P). Wie groß muss der Widerstand R_P sein, damit der Gesamtwiderstand R_{ges} wieder genau 120Ω beträgt?



$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_{\text{DMS neu}}} + \frac{1}{R_P}$$

Aufgabe 4 (14P)

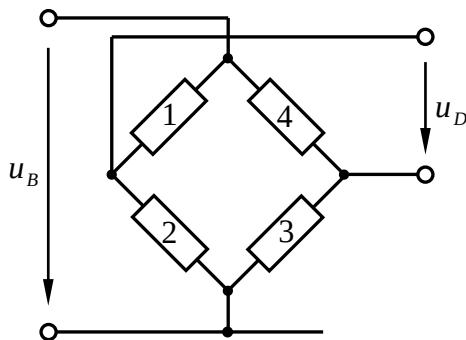
Auf dem abgebildeten Biegebalken wirkt mittig eine Kraft F . Die DMS sind alle an der Oberseite appliziert.



- Ermitteln Sie zunächst alle vier Dehnungen in Abhängigkeit der gegebenen Größen!
- Wie groß ist die Brückenverstimmung u_D/u_B in Abhängigkeit der gegebenen Größen?

Geg.: F , a , b , h , E , k , ν

Verschiedene Hilfestellungen:

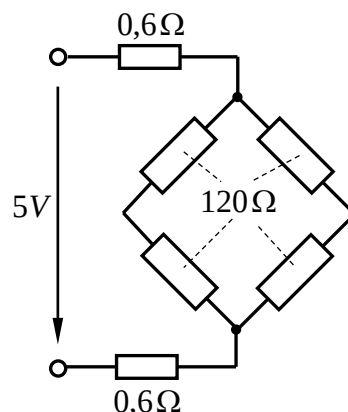
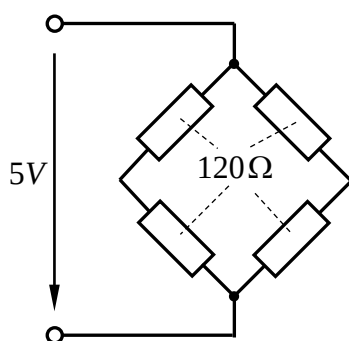


$$\frac{u_D}{u_B} = \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_2}{R} + \frac{\Delta R_4}{R} - \frac{\Delta R_1}{R} - \frac{\Delta R_3}{R} \right)$$

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon \quad W_b = \frac{b \cdot h^2}{6} \quad \varepsilon_{\text{quer}} = -\nu \cdot \varepsilon_{\text{längs}}$$

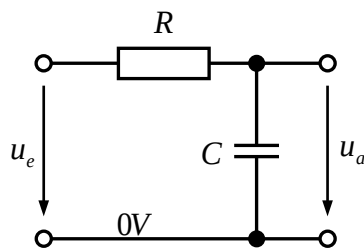
Aufgabe 5 (12P)

Bei den beiden abgebildeten Messbrücken sind die Widerstände in der Messbrücke alle 120 Ohm. Beide Messbrücken werden jeweils mit 5 V gespeist. Durch die Berücksichtigung des Zuleitungswiderstandes (0,6 Ohm Hinleitung und 0,6 Ohm Rückleitung) liegt unmittelbar an der rechten Messbrücke eine geringere Speisespannung an. Wie viel Prozent ist die Speisespannung dort kleiner?



Aufgabe 6 (15P)

Bei dem abgebildeten Tiefpassfilter beträgt das Produkt von $R \cdot C$ genau 0,01s.



$$|G| = \frac{\hat{u}_a}{\hat{u}_e} = \frac{1}{\sqrt{1 + (2 \cdot \pi \cdot f \cdot R \cdot C)^2}}$$

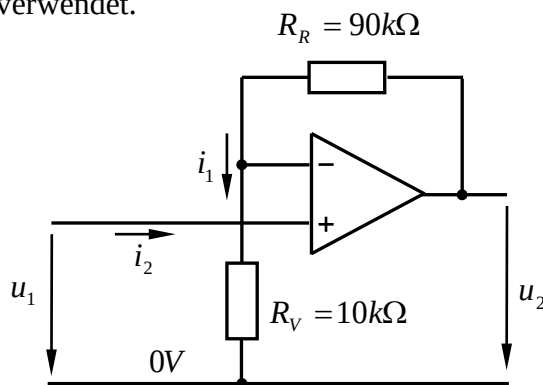
$$|G|_{dB} = 20 \cdot \lg |G|$$

- Bei welcher Signalfrequenz [in Hz] beträgt das Amplitudenverhältnis gerade $|G| = 0,1$?
- Wie groß ist dann das Amplitudenverhältnis [in dB]?
- Bei sprungförmiger Veränderung der Eingangsspannung entsteht im zeitlichen Verlauf der Ausgangsspannung eine E-Funktion. Wie groß ist die Halbwertszeit der E-Funktion?

$$\frac{\text{momentane Differenz}}{\text{Anfangsdifferenz}} = e^{-\frac{\text{Zeit}}{\text{Zeitkonstante}}}$$

Aufgabe 7 (8P)

Ein Messumformer wird dazu verwendet, um ein Signal eines Schallpegelmessers mit einem Signalbereich von ± 1 V auf ± 10 V zu verstärken. Dazu wird die angegebene nichtinvertierende Verstärkerschaltung verwendet.



$$i_1 = \frac{u_2}{R_R + R_V} = \frac{u_1}{R_V} = \frac{u_2 - u_1}{R_R}$$

Im konkreten Fall sei $u_1 = 0,5$ V. Wie groß sind dann u_2 , i_1 und i_2 ?

Aufgabe 8 (12P)

Bestimmen Sie von dem abgebildeten Signal den Konstantanteil und den Koeffizient a_1 !

Bemerkungen:

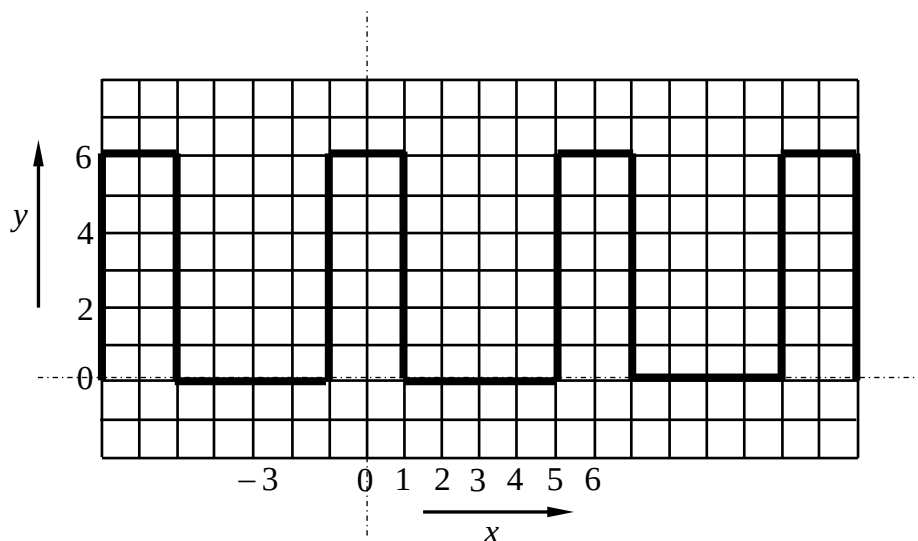
Der gesamte Lösungsweg muss ersichtlich sein. Keine Integration "nur im Taschenrechner"!

Gesucht ist die exakte Lösung.

Mögliche Hilfestellungen:

$$\int \sin(ax) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax) + C$$

$$\int \cos(ax) dx = \frac{1}{a} \sin(ax) + C$$



Hinweis:

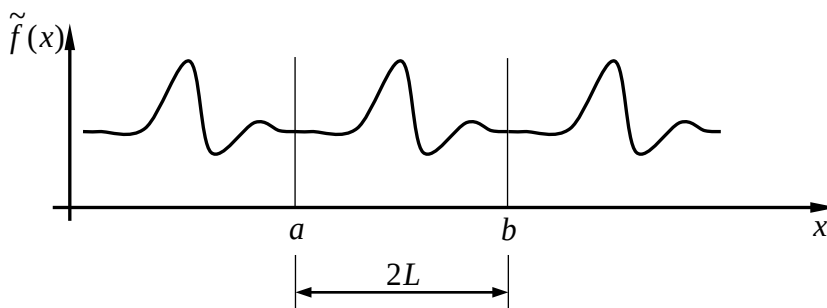
Sei $\tilde{f}(x)$ eine periodische Funktion der Periode $2L$, dann lässt sich $\tilde{f}(x)$ durch folgende Reihenentwicklung approximieren:

$$\tilde{f}(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^n a_i \cos\left(i \frac{\pi}{L} x\right) + \sum_{i=1}^n b_i \sin\left(i \frac{\pi}{L} x\right)$$

wobei:

$$a_i = \frac{1}{L} \int_a^b \tilde{f}(x) \cos\left(i \frac{\pi}{L} x\right) dx$$

$$b_i = \frac{1}{L} \int_a^b \tilde{f}(x) \sin\left(i \frac{\pi}{L} x\right) dx$$



Lösungen Prüfung PTM-Messtechnik 16/07/2026

$$m1) y = \frac{\partial y}{\partial a} \Delta a + \frac{\partial y}{\partial b} \Delta b = b^2 \Delta a + 2ab \Delta b$$

$$= 5^2 \cdot 0,05 + 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 0,1 = 1,25 + 4 = 5,25$$

$$y = ab^2 = 4 \cdot 5^2 = 100$$

$$\frac{\Delta y}{y} \cdot 100\% = \frac{5,25}{100} \cdot 100\% = 5,25\%$$

$$S_y = \sqrt{(b^2 \cdot \Delta a)^2 + (2ab \Delta b)^2} = \sqrt{\underbrace{(5^2 \cdot 0,05)^2}_{1,25} + \underbrace{(2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 0,1)^2}_4} = 4,191$$

$$\frac{S_y}{y} \cdot 100\% = \frac{4,191}{100} \cdot 100\% = 4,191\%$$

$$m2, a) \frac{\text{mom}}{\text{Auf.}} = e^{-t/T} \Rightarrow \frac{\text{mom}}{1} = e^{-2/10} \Rightarrow \text{mom} = 0,1353$$

$$v(t=2s) = 2 - 0,1353 = 1,865$$

$$b) \frac{\text{mom}}{3 - 1,865} = e^{-5/10} \Rightarrow \text{mom} = (3 - 1,865) \cdot e^{-0,5} = 0,6886$$

$$v(t=2,5s) = 3 - 0,6886 = 2,3114$$

$$m3, a) \frac{\Delta R}{R} = k \cdot \epsilon = k \frac{\sigma}{E} \Rightarrow \Delta R = R \cdot k \frac{\sigma}{E} = 120 \Omega \cdot 2 \cdot \frac{126,15}{210000} \Omega$$
$$= 0,14417 \Omega$$

$$R_{\text{Drms neu}} = 120 \Omega + 0,14417 \Omega = 120,14417 \Omega$$

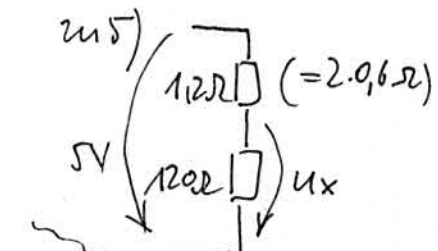
$$b) \frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_{gs}} - \frac{1}{R_{\text{Drms neu}}} \Rightarrow R_p = \frac{1}{\frac{1}{R_{gs}} - \frac{1}{R_{\text{Drms neu}}}} = \frac{1}{\frac{1}{120} - \frac{1}{120,14417}} \Omega$$
$$= 100,08 \Omega$$

$$m4) \epsilon_1 = -\frac{\sigma_1}{E} = -\frac{\frac{F}{2} 2a}{E \cdot W_b} = -\frac{F \cdot a}{E b h^2 / 6} = -\frac{6Fa}{E b h^2} = \epsilon_3$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_4 = -\gamma \frac{\epsilon_1}{2} = +\gamma \frac{3Fa}{E b h^2}$$

Lösungen Prüfung PTM-Messtechnik 16/07/2026

auch m4) $\frac{u_D}{u_B} = \frac{K}{4} \left(\nu \frac{3F_a}{Ebh^2} \cdot 2 - \left(-\frac{6F_a}{Ebh^2} \right) \cdot 2 \right) = \dots = \frac{3 \cdot K \cdot a (2+\nu) \cdot F}{2 E b h^2}$

m5)  $\frac{5V}{(12+120)\Omega} = \frac{u_x}{120\Omega} \Rightarrow u_x = 4,950495V$
 $|\Delta u_x| = 5 - 4,950495V = 0,049505V$
 $\frac{0,049505V}{5V} \cdot 100\% = 0,9901\% \approx 0,99\% \text{ (kleiner)}$

m6) $|G| = \frac{1}{\sqrt{1+(2\pi fRC)^2}} \Rightarrow \dots f = \frac{1}{2\pi RC} \sqrt{\frac{1}{|G|^2} - 1} = \frac{1}{2\pi \cdot 0,01} \sqrt{\frac{1}{0,1^2} - 1} \text{ Hz}$
 $= 158,36 \text{ Hz}$

$|G|_{dB} = 20 \cdot \lg 0,1 = -20 \text{ dB}$

$\frac{1}{2} = e^{-\frac{t_{50\%}}{RC}} \Rightarrow \dots t_{50\%} = (\ln 2) \cdot RC = 0,6931 \cdot 0,01s = 6,931 \text{ ms}$

m7) $\frac{u_2}{R_R + R_V} = \frac{u_1}{R_V} \Rightarrow u_2 = u_1 \frac{R_R + R_V}{R_V} = 0,5V \frac{90+10}{10} = 5V$

$i_1 = \frac{u_1}{R_V} = \frac{0,5V}{10k\Omega} = 0,05 \text{ mA}; i_2 = 0$

m8) $2L = \beta - \alpha = 5 - (-1) = 6 \Rightarrow L = 3$

$\frac{a_0}{2} = 2; b_1 = 0 \text{ (Funktion gerade)}$

$b_1 = \frac{1}{3} \int_{-1}^{+1} 6 \cdot \cos\left(1 \frac{\pi}{3} x\right) dx = 2 \int_{-1}^{+1} \cos\left(\frac{\pi}{3} x\right) dx = \frac{2}{\pi/3} \left[\sin\left(\frac{\pi}{3} x\right) \right]_{-1}^{+1}$

$= \frac{6}{\pi} \left(\underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)}_{\frac{1}{2}\sqrt{3}} - \underbrace{\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)}_{-\frac{1}{2}\sqrt{3}} \right) = \frac{6}{\pi} \cdot 2 \frac{1}{2} \sqrt{3} = \frac{6\sqrt{3}}{\pi} \approx 3,308$